LOGICA

El razonamiento deductivo formal

Luis Guerrero Martínez

Universidad Panamericana

LOGICA

EL RAZONAMIENTO DEDUCTIVO FORMAL

Luis Ignacio Guerrero

LOGICA

EL RAZONAMIENTO DEDUCTIVO FORMAL

UNIVERSIDAD PANAMERICANA

Primera Edición 1992

Segunda Edición 1993

Augusto Rodin 498. Plaza Mixcoac
03910. Ciudad de México

ISBN: 968-6828-00-1
Depósito legal: NR-13799/86

Printed in Mexico. Impreso en México.

Es preciso escoger entre todos los razonamientos humanos el mejor y el más fuerte; y embarcándose en él como en una barquilla, atravesar de este modo las tempestades de la vida.

Platón

PROLOGO

El objeto de la presente obra es, sin pretender hacer un tratado exhaustivo, presentar los principales procedimientos de la lógica deductiva; distinguiendo, pero a la vez uniendo, los procedimientos clásicos con los modernos como método para sustentarse y complementarse mutuamente.

Así mismo, esta obra recoge de manera esquemática y ordenada las principales definiciones, clasificaciones, reglas, leyes, métodos y estrategias que facilitan la comprensión y resolución de problemas lógicos.

Este material —con pocas excepciones— pertenece exclusivamente al ámbito formal de la lógica. Se presentan algunas variaciones sobre la simbolización y algunas leyes, con relación a la manera ordinaria que usan los manuales, la razón de ser para estos cambios es la de intentar una mayor unidad entre la lógica clásica y la moderna.

Quiero agradecer de manera especial, por el apoyo en la publicación de este trabajo, a la Universidad Panamericana. También externo mi agradecimiento a los profesores Paulino Quevedo H., a quien debo mi interés por la materia, y a Leticia Valadez por su ayuda en la revisión lógica del trabajo.

Invierno de 1991.

CUATRO CONSEJOS Y UN EJERCICIO

La lógica tiene entre sus buenas cualidades el ser un arte, con las mejores acepciones que este término tiene; especialmente deseo referirme al goce intelectual que proporciona el comprender y desarrollar diversos tipos de razonamientos, por medio de los cuales podemos entender —entre otras cosas— la lógica del mundo.

Para ayudar y animar al lector a que logre los beneficios anteriormente descritos, por medio del estudio de un libro de lógica, me permito darle algunos consejos —llenos de sabiduría— que el singular lógico Lewis Carroll apuntó en uno de sus escritos sobre lógica.[1]

En primer lugar, es importante seguir el orden establecido en el desarrollo del libro, ya que sería ineficaz y desconsolador pretender entender substancialmente un tema de lecciones avanzadas sin tener los conocimientos anteriores. La lógica es una ciencia que parte de nociones muy simples pero que paulatinamente llega a conceptos muy precisos y abstractos.

En segundo lugar, hay que esforzarse por leer con atención para lograr entender su contenido, para ser conscientes de que se ha entendido y estar seguros de que se ha asimilado. Sin embargo, si esto no sucediera es necesario no perder la calma y releer una o más veces para lograrlo; y si aun así no se consigue debemos dejar pasar algo de tiempo, unas horas o un día, antes de intentarlo de nuevo. Es muy probable que siguiendo este consejo no haya conceptos y procedimientos lógicos que escapen a nuestra inteligencia.

En tercer lugar, es muy conveniente resolver los ejercicios que se encuentran a lo largo del libro. Además del interés especulativo de la lógica, debemos procurar la buena costumbre de razonar con agilidad y correción; para esto es necesario habituarnos con el continuo ejercicio, que nos exija poner en práctica los conocimientos adquiridos.

Por último, debemos buscar la ayuda de algún profesor o amigo que nos

1 Lewis Carroll: **Symbolic logic**, en **The penguin Complete Lewis Carroll.**

pueda explicar algún concepto o procedimiento que no entendamos. Si esto por algún motivo no es posible, podemos seguir la indicación de Lewis Carroll: "Yo, cuando me topo -en lógica o en cualquier otro terreno difícil- con algo que me sume en total perplejidad, encuentro que es un plan excelente comentarlo **en voz alta** incluso cuando estoy completamente solo. ¡Se puede explicar tan claramente las cosas por sí mismo! Y además, como es sabido, ¡es uno tan paciente consigo mismo! ¡Uno nunca se irrita con la propia estupidez!"[2]

EJERCICIO PREVIO

Un modo práctico de conocer la distinción de la lógica natural —la propia capacidad de hacer razonamientos— de la lógica sistemática —la capacidad potenciada por el estudio— puede hacerse intentando resolver un problema de mediana dificultad, antes de comenzar el estudio de la lógica, intentarlo después de haber estudiado lógica clásica e intentarlo una vez más al terminar el estudio de la lógica moderna.

Esto lo hago con mis alumnos y los resultados son lógicos: La primera vez que lo intentan solamente muy pocos logran resolverlo con validez en un tiempo promedio de 40 minutos. La segunda vez que prueban resolverlo —con términos cambiados para que resulte novedoso— la mayoría logran resolverlo válidamente, en un tiempo promedio de 20 minutos. Por último, los alumnos que terminan sus cursos de lógica lo resuelven válidamente, en 5 minutos y sin la necesidad de escribir algo. He aquí el problema:

Suponiendo la verdad de las premisas y atendiendo únicamente a ellas, decir de las posibles conclusiones cuáles se deducen de las premisas y cuáles no y por qué.

PREMISAS:

(1) Si algunos empleados no entraron a la gerencia entonces todos los militares estuvieron en el desfile.

(2) O algún militar no recibió sus bonos o algunos asistentes a la reunión fueron premiados.

(3) Ningún asistente a la reunión fue premiado.

2 Op. cit., p. 118

(4) Algunos empleados no entraron a la gerencia.

CONCLUSIONES:

1a. Todos los que estuvieron en el desfile son militares.

2a. Ningún militar recibió sus bonos.

3a. Algunos de los que estuvieron en el desfile no recibieron sus bonos.

4a. Todos los empleados entraron a la gerencia.

NOCIONES PRELIMINARES

Cuando se define al hombre como **animal racional** lo distinguimos del resto de los animales por una característica muy propia: el hecho de pensar; ya que en él los instintos no juegan el papel decisivo en su actuación, la inteligencia y la voluntad son también instrumentos imprescindibles para su subsistencia y su perfeccionamiento, tanto individual, colectivamente o como especie. El hombre piensa en sí mismo, en los demás, se cuestiona el por qué de su existencia y la causa de los cambios que continuamente observa en toda la realidad; piensa también en sus necesidades materiales, afectivas o religiosas; al ser consciente de su libertad necesita juzgar sus propias acciones, sus proyectos, sus motivos; interpreta y califica las distintas corrientes políticas e ideológicas. El hombre percibe sus limitaciones y el sello de la temporalidad que tiene su vida en el mundo.

En la respuesta racional que el hombre da a estas cuestiones se encuentra también su postura ante la realidad y, en definitiva, su aproximación a la perfección y a la felicidad. Sin embargo, por desgracia todos tenemos la experiencia de que el hombre no es infalible en sus juicios; en muchas ocasiones la realidad le demuestra de manera trágica que se ha equivocado y algunas de ellas sin la posibilidad de suprimir las consecuencias de su mala interpretación de la realidad; en otras ocasiones, sin saberlo, nos comportamos como los dementes que construyen su mundo imaginario, que si bien toman sus elementos del auténtico se alejan cada vez más de la realidad.

En este contexto, la seguridad que podemos tener sobre la verdad de nuestros conocimientos no es razón suficiente para la posesión objetiva de la verdad, ya que a la razón se le puede engañar de muchas maneras. Es necesario descubrir con toda evidencia el modo correcto como debemos utilizar nuestra inteligencia, las fallas que debe evitar en su proceso cognoscitivo, los principios sobre los cuales se debe fundamentar. Es por esto que el deseo de buscar el por qué de nuestras afirmaciones y muchas veces su puesta en duda es a la sazón un buen medio para emprender el buen camino que nos conduce a la objetividad de nuestros conocimientos.

Todo esto nos descubre uno de los retos más grandes para el hombre: la posesión de la verdad. Es en esta búsqueda donde hace su aparición la lógica, este afán se refleja tanto en su definición etimológica **logos** como la ciencia del pensamiento o estudio de los frutos del pensamiento; y también se refleja en su definición descriptiva:

> Ciencia directiva del acto de la razón humana, por la que el hombre – en dicho acto –, procede ordenada, fácilmente y sin error.[1]

La lógica es pues el instrumento racional por excelencia, colaborando en la relación adecuada de los contenidos mentales, por lo que antiguamente se le llamó **Ars Combinatoria**.[2] Ayuda también al análisis de estos contenidos, a su depuración y a la precisión de su comunicación.

De acuerdo a las necesidades de la razón la lógica desarrolla sus fines.

1o El fin positivo de la lógica consiste en proporcionar los medios para **llegar a la verdad**, sabiendo por qué un contenido mental determinado se ajusta a la realidad.

2o El fin negativo de la lógica consiste en poder **descubrir el error**, o las falacias que se encuentran en un determinado pensamiento. No siempre este descubrimiento implica un arribo a la verdad en sentido positivo, pues puedo saber lo que no es una cosa sin saber lo que sí es, o puedo saber que un determinado proceso racional es incorrecto independientemente de si las afirmaciones en él contenidas son verdaderas o falsas.

3o El fin analítico de la lógica consiste en **analizar** o revisar argumentos ya existentes, para juzgar que el proceso que se ha usado en un argumento es válido, esto es si sus premisas son verdaderas y su proceso correcto. En la actualidad existen muchos estudios analíticos en los que se revisan los argumentos de los principales filósofos.[3]

4o El fin constructivo de la lógica consiste en **formular** nuestros propios

1 Cfr. Tomás de Aquino: **In I Analiticorum Posteriorum expositio, prooemium.**

2 Raimundo Lulio (1235-1315).

3 Puede consultarse, por ejemplo, la colección **The arguments of the philosophers**, de la editorial Routledge and Kegan Paul.

argumentos sobre una cuestión determinada, llegando a nuevas conclusiones a partir de verdades previamente tenidas.

5o El fin sistemático de la lógica consiste en poder **presentar ordenadamente**, de una manera lógica y sistemática las argumentaciones, mostrando con precisión las premisas, las leyes que hacen válidas las inferencias y las conclusiones. Este fin está muy relacionado con el carácter científico de la filosofía, ya que ésta no debe entenderse como un conjunto de opiniones "obscuras" arbitrariamente concebidas.

6o El fin natural de la lógica consiste en poder brindar la **agilidad y precisión** necesarias en los procesos habituales de nuestra razón, sin tener que detenerse en la forma sistemática anteriormente dicha. Así por ejemplo, al usar nuestra razón al leer o tomar una decisión, habitualmente no es necesario hacer explícitas o tener conciencia de las premisas y procesos que se usan; sin embargo, una persona con habilidades lógicas podrá con mayor facilidad seguir ese proceso.

Las **sumas de la** edad media, introducidas por el lógico Pedro Abelardo, tienen una estructura que sirve como un buen ejemplo de varios de estos fines. En ellas, después de presentar llanamente el punto en cuestión, se recogen las principales objeciones o dificultades sobre la postura concreta del autor, posteriormente se exponen los argumentos del propio autor (fines positivo y constructivo) y por último se responden o contraargumentan las objeciones iniciales (fines analítico y negativo); todo esto en un estilo lógico conciso (fin sistemático), sin rebuscamientos retóricos. De tal suerte, por ejemplo, que Santo Tomás de Aquino presenta sus cinco vías argumentativas de la existencia de Dios con este método en un par de cuartillas.

Sucede con frecuencia en la filosofía y en muchos terrenos del conocimiento humano que la comprensión de los conceptos, así como su definición y el grado de universalidad que tienen, se consigue partiendo de casos y nociones simples, ascendiendo paulatinamente a los conceptos más abstractos y a las distinciones más precisas. Este es el caso de la verdad.

En el conocimiento ordinario de cualquier persona la razón distingue con facilidad el uso que se le da a los términos **verdad** y **falsedad**. Así, cuando se lee la afirmación:

"William Shakespeare nació en Argentina."

Basta tener un mínimo de cultura literaria para saber que el enunciado es falso, que el escritor que conocemos con el nombre de Shakespeare no nació en el país americano que se llama Argentina. Un uso similar tenemos cuando en una conversación pensamos que el interlocutor miente o está en un error, que en realidad las cosas no son como él las dice.

Por el contrario, cuando se lee la afirmación:

"Los perros son mamíferos"

Asentimos su verdad, la de que los animales a los que nos referimos con el término 'perro' efectivamente tienen la propiedad de que las hembras pueden alimentar a sus crías con la leche de sus mamas. Este es el sentido ordinario del término verdad. La adecuación del pensamiento con la realidad, como también de los enunciados orales o escritos que son expresiones del pensamiento.

Esta noción de verdad, que relaciona los actos de la inteligencia con la realidad, presupone la realidad misma de los seres (su entidad) y su posibilidad de ser objetos del conocimiento (su inteligibilidad); de aquí se desprenden dos afirmaciones que nos introducen en el fundamento de la verdad:

(1) Las cosas son lo que son (entidad).

(2) Las cosas que se conocen pueden ser conocidas (inteligibilidad).

Con estos elementos podemos comprender la noción de verdad ontológica, que se predica de todos los seres reales, como propiedad trascendental en cuanto que son entes y son inteligibles; de tal forma que podemos decir que cada cosa es verdadera en sentido ontológico. Un ejemplo simple pero valioso en su uso son algunas expresiones de los niños:

"¡Este sí es un caballo de verdad!"

"¡Este no es un reloj de verdad!"

En sentencias semejantes los niños usan correctamente el sentido de verdad ontológica de que cada cosa es lo que es y que pueden conocerlo.

Dentro del terreno de la lógica, acorde con la verdad lógica podemos distinguir la verdad material y la verdad formal – corrección en el pensamiento – . Esta distinción es importante pues si se confunden difícilmente puede entenderse el papel de la lógica en el conocimiento. La distinción se da de hecho en otro tipo de operaciones y así cuando digo:

"The dogs are arachnidians, significa los perros son arácnidos."

Estoy haciendo una traducción correcta del inglés independientemente de que lo que afirme sea evidentemente falso.

La aritmética elemental puede proporcionarnos un ejemplo muy útil. Suponiendo un universo determinado de seis letras:

U: letras

{i,o,u}{x,y,z}

Si se pregunta "¿cuántas letras hay en este universo?" podríamos encontrarnos con diversos, pero no siempre válidos, modos de responder; estos son unos ejemplos:

(1) Hay 3 vocales + 3 consonantes, luego hay seis letras.

(2) Hay 2 vocales + 5 consonantes, luego hay siete letras.

(3) Hay 3 vocales + 3 consonantes, luego hay dos letras.

(4) Hay 4 vocales + 7 consonantes, luego hay diez letras.

(5) Hay 9 vocales + 8 consonantes, luego hay seis letras.

El ejemplo (1) contiene **verdad** en los sumandos y realiza **correctamente** la operación de sumar, por lo que su respuesta es la única **válida**. Las otras respuestas son inválidas pero detengámonos un poco en ellas.

El ejemplo (2) es un caso en el que siendo falsos los sumandos, la suma que se realiza es correcta.

El ejemplo (3) es un caso en el que siendo los sumandos verdaderos la suma es incorrecta.

El ejemplo (4) es inválido por un doble motivo, sus sumandos son falsos y su operación también.

El ejemplo (5) es semejante al anterior —falsos los sumandos y la operación— pero con una respuesta que azarosamente es la adecuada; sin embargo, no puede decirse que su fundamento o argumento sea válido.

En estos ejemplos puede observarse claramente la distinción entre la verdad o falsedad de las sentencias que sirven como sumandos y la corrección o incorrección de la operación misma de sumar; lo que corresponde al aspecto material y formal respectivamente.

De una manera análoga puede distinguirse el proceso deductivo formal por el que se infieren enunciados, del valor veritativo de las premisas a partir de las cuales se hace dicha inferencia. De tal forma que la verdad en las premisas no garantiza la verdad en la conclusión, ni la corrección en el proceso garantiza la verdad en la conclusión; es necesario que las premisas sean verdaderas y correcto el proceso por el que se concluye, para que la conclusión sea necesariamente verdadera.

Veamos estas posibles relaciones entre verdad y corrección:

(1) Todo hombre es vertebrado,
todo abogado es hombre;
luego, todo abogado es vertebrado.

(2) Todo hombre es vertebrado,
todo burro es vertebrado;
luego, todo burro es hombre.

(3) Todo hombre es vertebrado,
todo médico es mortal;
luego, todo médico es hombre.

(4) Todo insecto es felino,
toda víbora es insecto;
luego, toda víbora es felino.

(5) Todo perro es felino,
todo gato es perro;
luego, todo gato es felino.

(6) Todo filólogo es argentino,
todo arquitecto es argentino;
luego, todo arquitecto es filólogo.

(7) Todo reptil es mariposa,
toda serpiente es mariposa;
luego, toda serpiente es reptil.

El ejemplo (1) es el único caso válido, pues las premisas que se relacionan son verdaderas y el proceso deductivo es correcto (verdad formal) y por consiguiente la conclusión se adecua a la realidad.

Los ejemplos (2) y (3) nos muestran casos de aparentes silogismos, en los que partiendo de proposiciones verdaderas el proceso de inferencia es incorrecto (es falso formalmente), independientemente que la conclusión sea falsa (2) o verdadera (3).

Los ejemplos (4) y (5) nos muestran casos de razonamientos correctos (verdad formal) pero que usan premisas falsas para inferir, independientemente de que la conclusión sea falsa (4) o verdadera (5).

Los ejemplos (6) y (7) nos muestran casos en los que se parte de premisas falsas y cuyos procedimientos son igualmente falsos (incorrectos), independientemente que la conclusión sea falsa (6) o verdadera (7).

A partir de esta distinción entre los elementos materiales y formales del raciocinio y de sus posibles combinaciones, pueden formularse tres principios fundamentales de la lógica:

1o **De la verdad solamente se sigue verdad.** Esto significa que si parto de premisas verdaderas y la conclusión se sigue (el proceso es correcto), la conclusión necesariamente tiene que ser verdadera. Si este principio fuera falso la lógica no tendría ningún sentido, pues no habría ningún criterio de validez. A este principio corresponde el caso (1).

2o **La verdad se sigue de cualquier cosa.** Esto significa que pueden seguirse correctamente conclusiones verdaderas, siendo las premisas verdaderas (1), o bien falsas (5).

3o **De lo falso se sigue cualquier cosa.** Esto significa que partiendo de premisas falsas pueden seguirse conclusiones verdaderas (5) o falsas (4).

El segundo y tercer principio nos indican, entre otras cosas, que no es suficiente para la validez el que la conclusión sea verdadera. Por esto no podemos afirmar que un razonamiento es válido porque se infirió una conclusión verdadera.

El conocimiento científico y en general todo conocimiento busca que el fruto de sus razonamientos sea verdadero y no solamente correcto, pero para que tenga la seguridad de su verdad – cuando lo inferido no es empíricamente demostrable, o no lo sea en un momento próximo a la inferencia – se requiere que el proceso sea correcto. De esta forma el estudio del aspecto formal del razonamiento, además del interés netamente especulativo que de suyo ya es valioso y justificable, busca precisar las inferencias correctas con el fin de que sean un instrumento para alcanzar la validez de nuestros conocimientos.

Esta importancia de la lógica no excluye el que deba enmarcase con unos ciertos límites. Es importante notar que en el hombre no todo es uso de la razón, ni todos sus razonamientos son deductivos, ni todos exigen un erudito desarrollo formal. Todos los hombres actuamos, en mayor o menor medida, con una fuerte carga de confianza en los demás, si no rodaríamos inevitablemente hacia la esquizofrenia; ningún químico, por riguroso que sea, hace pruebas de laboratorio cada vez que come para ver si los alimentos no están envenenados. La lógica, la voluntad, el sentido común, la experiencia y los instintos deben, sin confundirse, estar unidos y armonizados en la búsqueda de la verdad y en el desarrollo integral del hombre.

PRIMERA PARTE

LOGICA CLASICA

La lógica es connatural al hombre, en este sentido no debe hablarse de un descubrimiento o invención. Sin embargo, sí cabe hablar de una historia del estudio sistemático de la lógica.

Aristóteles en el siglo IV a.C. realizó el primer trabajo científico en el terreno de la lógica, con un conjunto de escritos conocidos hoy día con el nombre de **Organon**. Antes de él puede observarse, especialmente entre los filósofos y los matemáticos, un uso adecuado de las principales leyes del razonamiento, pero no un estudio específico.

Emmanuel Kant afirmó en 1787 que "la lógica a partir de Aristóteles no ha tenido que dar ningún paso atrás y hasta hoy la lógica no ha podido dar un paso adelante, de modo que hay que considerarla como cerrada y completa."[1] Estas consideraciones del famoso filósofo de Königsberg, aunque son demasiado benévolas para la lógica aristotélica, reflejan el valor que ha tenido su obra.

En esta primera parte se presentan los principales elementos de la lógica formal clásica, cuyos aspectos más relevantes pertenecen en su mayoría al **Organon** de Aristóteles.

1 **Crítica de la Razón Pura**, prefacio a la segunda edición.

EL SIGNIFICADO DE LOS TERMINOS

En un razonamiento intervienen varios elementos que al relacionarse hacen posible la inferencia o conclusión, veamos un ejemplo:

Todo felino es carnívoro,
todo tigre es felino;
luego,todo tigre es carnívoro.

En este silogismo se relacionan tres términos: felino, carnívoro y tigre. Las propiedades que encierra su significado marcan la pauta para su adecuada relación. Así, atendiendo al significado de felino, puede afirmarse que **todo felino es carnívoro.** Con lo que expreso que todos aquellos seres que son felinos tienen la propiedad de ser carnívoros. Del mismo modo el significado de tigre me posibilita decir con verdad que **todos los tigres son felinos**; de tal forma que siendo los tigres felinos y los felinos carnívoros, puedo inferir que **todo tigre es carnívoro.**

A partir del ejemplo anterior puede verse la importancia que tiene para la lógica el estudio del significado de los términos, pues son éstos los elementos primarios de cualquier afirmación y razonamiento.[1]

1. ORIGEN NATURAL DE LOS TERMINOS.

La capacidad que tenemos los hombres de elaborar complejos lenguajes y razonar por medio de ellos ha sido uno de los motivos por los que, desde la antigüedad, los filósofos se han mostrado muy interesados en conocer el origen de los términos.

Aristóteles describe en dos de sus tratados el proceso por el que se origina el carácter universal de los términos.[2] Teniendo en cuenta algunas de estas consideraciones aristotélicas, este proceso puede resumirse esquemáticamente

1 Aristóteles utiliza la expresión *opos* (término) y no la de **logos** (concepto) en el desarrollo de su silogística. Cfr. **Primeros Analíticos**, I 1, 24a3 y 24b16.

2 **Metafísica**, I 1, 980b25-981a30 y **Segundos Analíticos**, II 19, 99b23-100b15.

así:

(1) Existe una multiplicidad de seres con propiedades y de acontecimientos.

(2) El hombre puede captar y retener en su memoria estos seres y los acontecimientos.

(3) Dentro de la multiplicidad de seres y de acontecimientos hay algunos que se asemejan a otros.

(4) El hombre con el recuerdo de sus experiencias –conocimientos anteriores– puede **darse cuenta** de las semejanzas que hay en la realidad.

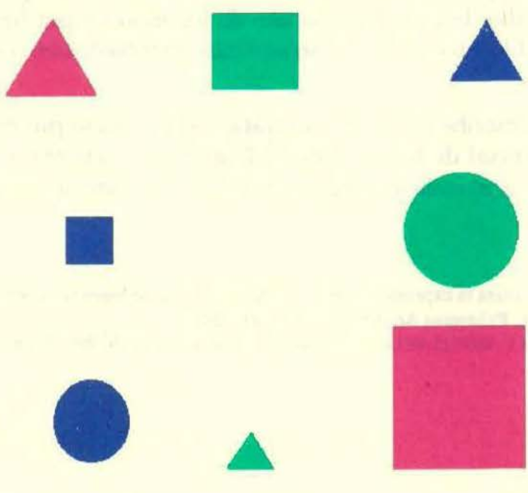
(5) Al dar nombre a esas semejanzas se obtiene un término común a ellas.

(6) También el hombre puede dar nombre a objetos o acontecimientos concretos, con lo que se obtiene un término singular o nombre propio.

(7) El hombre puede retener en su memoria los términos y usarlos racionalmente.

Muchos animales tienen memoria con la cual pueden aprender algunas cosas (quién es su amo, a obedecer órdenes, etc.); sin embargo, los seres irracionales no **se dan cuenta**, no son conscientes de esas semejanzas y propiamente no pueden elaborar términos, sólo pueden aprender a reaccionar ante la aparición de fenómenos comunes. Estas reacciones animales, por muy expresivas que sean, no constituyen propiamente términos.

El siguiente cuadro puede ayudarnos a entender este origen y su relación con la forma lógica de nuestros razonamientos:



Al observar el cuadro anterior y al relacionar sus objetos podemos **caer en la cuenta** de propiedades que son comunes a algunos de esos objetos y que dan lugar a diversos términos. Así, algunas personas pueden prestar su atención al color y **caer en la cuenta** de que hay objetos rojos, azules y verdes; otros pueden prestar su atención al tamaño y **caer en la cuenta** de que hay objetos grandes, medianos y pequeños; otros pueden prestar su atención a la figura y **caer en la cuenta** de que hay triángulos, círculos y cuadrados; otros —más suspicaces— pueden **caer en la cuenta** de que podría haber —para completar el cuadro— un círculo pequeño y rojo. También, por estas relaciones, pueden obtenerse términos como: superficie, lado, primero, último, uno, dos, tres, etc. Por último, de relaciones más complejas se puede **caer en la cuenta**, por ejemplo, de que el tamaño es 'accidental' a la figura, o de que el color es 'accidental' al tamaño, de que tener cuatro ángulos es 'esencial' al cuadrado, de que tener tres lados es 'esencial' al tríangulo, etc.

Con este sencillo ejemplo se puede comprender la importante noción de **universal** y por qué la mayoría de los términos son universales.

La palabra 'universal' viene del latín **unum versus alia**, que significa lo uno frente a lo múltiple; esto es, las propiedades comunes (lo uno) de objetos diversos (lo múltiple); así:

'Cuadrado' es algo común a diversos objetos, por lo que 'cuadrado' es un término universal.

'Rojo' es algo común a diversos objetos, por lo que 'rojo' es un término universal; etc.

Esta universalidad de los términos tiene, de ordinario, su fundamento en la realidad a la que remiten; el rojo que es común a varias figuras, es común en esas figuras; nosotros no hacemos que sea común su color sino que **nos damos cuenta** de que es común su color.

Este ejemplo de las figuras geométricas nos ayuda a comprender el origen histórico del lenguaje, que por medio de la experiencia de los objetos de la naturaleza y de sus propiedades es posible **caer en la cuenta** de lo común -universal- que hay en esos objetos, propiedades y acontecimientos. Asimismo, al comparar unos objetos con otros puede **caerse en la cuenta** de la carencia de propiedades, dando lugar a los términos privativos como ceguera, invertebrado, etc. O también pueden combinarse propiedades y formar términos como centauro, pegaso, etc.

2. EXTENSION Y COMPRENSION DE LOS TERMINOS.

La diversidad de propiedades que tienen los objetos puede dividirse en dos clases de especial importancia para la lógica: las propiedades esenciales y las accidentales, como se vió en el ejemplo anterior.

Las propiedades esenciales son aquellas que son necesarias en los objetos referidos por el término.

Las propiedades accidentales son aquellas que no son necesarias (que pueden darse o no darse) en los objetos referidos por los términos.

Teniendo en cuenta las propiedades esenciales y la universalidad de los términos pueden definirse la comprensión y extensión de los términos.

La extensión de un término son los objetos o individuos a los que hace referencia, a los que puede ser predicado ese término.

La comprensión de un término son las propiedades esenciales que son comunes a los objetos a los que refiere, lo que puede ser predicado de cada uno de ellos.

Así, por ejemplo, el concepto de hombre puede predicarse de Pedro, Juan, Francisco y de cada uno de los hombres, que son los que constituyen su extensión; también, de cada uno de ellos puede predicarse que son corpóreos, vivientes, sensibles, etc., que son las propiedades que constituyen su comprensión.[3] Visto esquemáticamente:

extensión		comprensión	
de hombre:	Pedro	de hombre:	corpóreo
	Juan		viviente
	Francisco		sensible
	etc.		etc.

Nosotros podemos usar el término hombre refiriéndonos a su extensión y afirmar:

3 El original sentido que tiene la expresión **término**, como limitar o determinar —del griego ὅρος—, se refiere a esta extensión y comprensión que son necesarios para usar los términos.

(1) Pedro es hombre.

También podemos usar el término hombre refiriéndonos a su comprensión y afirmar:

(2) Los hombres son corpóreos.

Si relacionamos estas afirmaciones, el término hombre media entre un individuo de su extensión (Pedro) y una propiedad de su comprensión (corpóreo), de forma que hace posible el siguiente silogismo:

(3) Pedro es hombre,
los hombres son corpóreos;
luego, Pedro es corpóreo.

Con estos ejemplos queda de manifiesto cómo a partir de la noción de término llegamos a las proposiciones –ejemplos 1 y 2– y a los silogismos –ejemplo 3–.

LA PROPOSICION

1. DEFINICION Y ELEMENTOS

Una proposición es una relación de términos en la que, por medio de la predicación, se establece su conveniencia o no conveniencia.[1] Así, en las proposiciones:

(1) El pino es conífero.

(2) El pino no es venenoso.

En la primera se relacionan los términos 'pino' y 'conífero', predicando del pino que le conviene —en el sentido de implicación o pertenencia— el ser conífero; esto es, que tiene como propiedad el ser conífero. En el segundo caso relaciono los términos 'pino' y 'venenoso', predicando del pino que no tiene la propiedad de ser venenoso.

Con estos mismos ejemplos pueden ilustrarse los elementos de la proposición atendiendo a la predicación:

El sujeto, como se estudia en gramática, es aquello de quien se predica, afirmando o negando algo de él. El sujeto corresponde a la extensión del término. En los ejemplos corresponde, en ambos casos, a la extensión de pino.

El predicado es aquello que se dice —afirmativa o negativamente— del sujeto. El predicado corresponde ordinariamente a una parte de la comprensión del término usado. En los ejemplos 'conífero' y 'venenoso' respectivamente.

La cópula es el elemento que establece la relación entre el sujeto y el predicado. Esta relación copulativa se realiza ordinariamente mediante el

1 Aristóteles usa la expresión *προτασις* —**Primeros Analíticos**, 24a16ss—. Los lógicos medievales usaron la expresión **propositio** —Pedro Hispano: **Summule logicales**, 1.07—; posteriormente se usaron indistintamente **propositio** y **enunciatio** —Descartes: **Regulae**—; a partir de la **Logique de Port-Royal** se usó la expresión **juicio** o **sentencia**. La lógica contemporánea ha retornado al uso de **proposición** en contextos lógicos —**Satz**: Frege y **proposition**:Russell—.

verbo. En ambos ejemplos se usa el verbo 'es'.

Los términos sincategoremáticos como 'todo', 'algún', 'ninguno' etc. sirven para completar el sentido de la relación que se establece en la proposición.

2. DIVISION DE LAS PROPOSICIONES

Las distinciones proposicionales más relevantes para la lógica pueden resumirse en las siguientes divisiones:

a) Proposiciones según su extensión

Proposiciones universales son aquéllas cuyo sujeto refiere a todo el universo contenido en la extensión del término. Por ejemplo:

(1) Todo conejo es roedor.
(2) Ningún candidato es menor de edad.
(3) El hombre es risible.
(4) Los cítricos no son cereales.

Aunque los casos 3 y 4 refieren de manera implícita a todo el universo de los hombres y de los cítricos respectivamente y su sentido se entiende en el lenguaje ordinario; es preferible, para mejorar la precisión lógica, usar las expresiones '**todo** hombre' y '**ningún** cítrico'.

Proposiciones particulares son aquéllas cuyo sujeto hace referencia a una parte no determinada de la extensión del término usado. Por ejemplo:

(5) Algunos hombres son astrónomos.
(6) Algún testigo es mentiroso.
(7) Algunos mamíferos son vertebrados.
(8) Algunos números no son enteros.
(9) Algunos castores no son anfibios.

Es importante aclarar que una proposición particular no implica que la parte restante del término usado como sujeto tenga una predicación contraria; en los casos 7 y 9 también podría predicarse de 'todos los mamíferos' y de 'ningún castor' respectivamente. Existen diversos motivos por los que se hace una predicación particular: el conocer solamente esa parte; o porque el argumento requiere solamente la parte; o porque de la otra parte la predicación es contraria, etc.

Las proposiciones particulares se expresan ordinariamente a través del adjetivo indefinido 'algún' o 'algunos'.

Proposiciones singulares son aquéllas cuyo sujeto hace referencia a un objeto o hecho concreto; por ejemplo:

(10) Cantor es matemático.

(11) La montaña más alta de Europa tiene glaciares.

(12) Este libro es de lógica.

Las proposiciones singulares pueden formarse por medio de los nombres propios –caso 10–, por medio de una descripción –caso 11–, o por medio de adjetivos o pronombres demostrativos –caso 12–.

b) Proposiciones según su cualidad

Proposiciones afirmativas son aquéllas que establecen una relación de conveniencia entre el sujeto y el predicado; por ejemplo:

(13) Todos los empleados tienen descuento.

(14) Algunos aviones son franceses.

Proposiciones negativas son aquéllas que expresan una relación de no conveniencia entre el sujeto y el predicado; por ejemplo:

(15) Ningún capitán murió en la batalla.

(16) Algunos presos no son culpables

c) Proposiciones según su valor veritativo

Proposiciones verdaderas son aquéllas que se adecúan a la realidad; por ejemplo:

(17) Todos los hombres son vertebrados.

(18) Algunos países no tienen salida al mar.

Proposiciones falsas son aquéllas que no se adecúan a la realidad; por ejemplo:

(19) Ningún insecto tiene vista.

(20) Alejandro Magno combatió en América.

d) Proposiciones según su nexo

Proposiciones conjuntivas son aquéllas que por medio de una conjunción copulativa unen en la predicación dos o más términos; por ejemplo:

(21) El trigo **y** el maíz son cereales.

(22) Sartre es filósofo **y** literato.

Proposiciones disyuntivas son aquéllas que presentan en la predicación una alternativa o exclusión; por ejemplo:

(23) El portero es el asesino **o** su cómplice.

(24) Todo triángulo es isósceles **o** escaleno **o** equilátero.

Proposiciones condicionales son aquéllas que establecen una relación hipotética o condicional en la predicación; por ejemplo:

(25) **Si** el automóvil se descompuso **entonces** Pedro es el responsable.

(26) **Si** un perro tiene rabia **entonces** es peligroso.

Proposiciones categóricas son aquéllas que expresan directamente —sin depender de otra— una afirmación o negación; por ejemplo:

(27) El portero es el asesino.

(28) Este perro es peligroso.

Puede observarse como en los casos 23 y 26 no se hace la predicación de manera categórica.

3. EXTENSION DEL PREDICADO

Para poder hacer inferencias a través de los términos de las proposiciones es conveniente establecer dos reglas que nos permitan conocer la extensión —universal o particular— del predicado.

Si la proposición es afirmativa el predicado es particular. En las proposiciones afirmativas se aplica un término —el sujeto— a otro término —el predicado—, de modo que la extensión del sujeto está incluida en la extensión del predicado, pero, ordinariamente, la extensión del sujeto no abarca toda la extensión del predicado; luego, el predicado no es necesariamente universal aunque sí al menos particular. Por ejemplo:

(1) Todos los hombres son vertebrados.

En esta proposición nos referimos a todos los hombres pero no a todos los vertebrados, pues no todos los vertebrados son hombres; por lo que, haciendo explícita la extensión de los dos términos, puede decirse que:

(2) Todos los hombres son algunos de los vertebrados.

Si la proposición es negativa el predicado es universal. Si la proposición es negativa estamos excluyendo el sujeto y predicado entre sí, de forma que ningún miembro de la extensión del sujeto conviene o da lugar a la intersección con cualquiera de los miembros de la extensión del predicado; por lo que, es necesario considerar al sujeto en la extensión que le viene señalada y el predicado en toda su extensión, es decir, como universal. Por ejemplo:

(3) Ningún perro es gato.

Nos referimos a todos los perros y también a todos los gatos; por lo que, haciendo explícita la extensión de los dos términos, puede decirse que:

(4) Ninguno de los perros es ninguno de los gatos.

4. PROPOSICIONES OPUESTAS

Como hemos visto, las proposiciones son afirmativas o negativas en cuanto a su cualidad, y universales o particulares en cuanto a su cantidad. Delimitadas estas cuatro variables es posible establecer los cuatro tipos básicos de proposiciones, a saber:

1. Proposiciones **universales-afirmativas** (A).
2. Proposiciones **universales-negativas** (E).
3. Proposiciones **particulares-afirmativas** (I).
4. Proposiciones **particulares-negativas** (O).

Para facilitar el uso de estos cuatro modos proposicionales se les ha asignado convencionalmente una vocal: A, E, I, O, respectivamente. Así, por ejemplo:

(1) Todos los pasajeros bebieron cerveza.

Es una proposición A (universal-afirmativa).

(2) Ningún asaltante fue capturado.

Es una proposición E (universal-negativa).

(3) Algunos suscriptores obtuvieron un premio.

Es una proposición I (particular-afirmativa).

(4) Algunos alumnos no asistieron al curso.

Es una proposición O (particular-negativa).

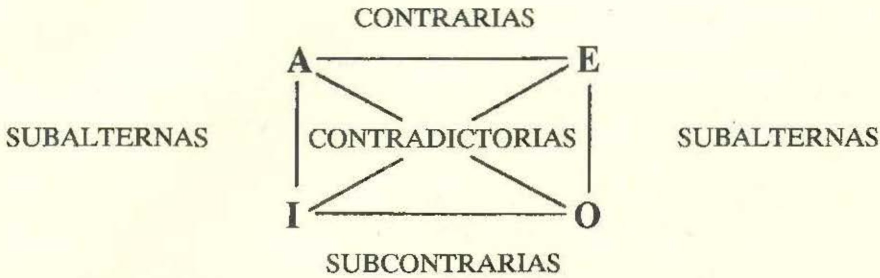
Las proposiciones opuestas son aquéllas que teniendo el mismo sujeto y el mismo predicado difieren en cantidad o en cualidad o en ambas cosas. Por ejemplo:

(5) Ningún libro estaba en el catálogo.
Algunos libros estaban en el catálogo.
(6) Algunas cajas estaban cerradas.
Algunas cajas no estaban cerradas.
(7) Todos los conejos se escaparon.
Algunos conejos se escaparon.
(8) Todos los billetes eran falsos.
Ningún billete era falso.
(9) Algunas habitaciones no tienen televisor.
Todas las habitaciones tienen televisor.
(10) Algunas fotografías no se imprimieron.
Ninguna fotografía se imprimió.

Es importante insistir en que las proposiciones opuestas solamente son aquellas que tienen el **mismo sujeto** y el **mismo predicado**; en los siguientes casos no se da esta característica, por lo que no son proposiciones opuestas:

(11) Todos los atletas entrenaron en el estadio.
Algunos atletas llegaron en autobús.
(12) Algunos medicamentos están agotados.
Ningún hospital internó a Francisco.

La clasificación de las proposiciones opuestas queda representada por el siguiente cuadro:



Las proposiciones **contradictorias** (A-O) y (E-I) son aquéllas que difieren en cantidad y cualidad.

Las proposiciones **contrarias** (A-E) son aquéllas que difieren en cualidad siendo ambas universales.

Las proposiciones **subcontrarias** (I-O) son aquéllas que difieren en cualidad siendo ambas particulares.

Las proposiciones **subalternas** (A-I) y (E-O) son aquéllas que difieren en su cantidad pero no en cualidad.[2]

Para entender las inferencias que se establecen en la oposición de las proposiciones es conveniente conocer la relación real que se da de un término –sujeto– con otro término –predicado–, esta relación es de uno de estos tres modos excluyentes:

1o Que todos y cada uno de los individuos que forman la extensión del sujeto sean individuos contenidos en la extensión del predicado. Esto es, que se trate de una proposición A – en la que toda la extensión del sujeto está contenida en la del predicado– y por tanto es también una proposición I en la que algún o algunos individuos de la extensión del sujeto, tomados separadamente, están contenidos en la extensión del predicado, pues cada uno de ellos lo está. Por ejemplo:

(13) Todos los hombres son vertebrados.

2 En la Antigüedad se hacía la distinción entre subalternas, donde I y O era subalternas de A y E, respectivamente; en cambio, las proposiciones A y E se denominaban **superalternas**.

Algunos hombres son vertebrados.

2o Que sólo algunos individuos de la extensión del sujeto estén contenidos en la extensión del predicado, pero otros no lo estén. Esto es, que se trate de una proposición **I** y de una proposición **O** —en la que algunos sí y algunos no—. Por ejemplo:

(14) Algunos músicos son deportistas.
Algunos músicos no son deportistas.

3o Que todos y cada uno de los individuos de la extensión del sujeto no estén contenidos en la extensión del predicado. Esto es que se trate de una proposición **E** —en la que ninguno de los individuos de la extensión del sujeto está contenido en la extensión del predicado— y por tanto una proposición **O** —en la que ninguno de los individuos de la extensión del sujeto, tomados separadamente, está contenido en el predicado. Por ejemplo:

(15) Ningún artrópodo es vertebrado.
Algunos artrópodos no son vertebrados.

En resumen, dados un mismo sujeto y un mismo predicado:

1o. O son verdaderas las proposiciones **A** e **I**;
2o. O son verdaderas las proposiciones **I** y **O**;
3o. O son verdaderas las proposiciones **E** y **O**.

Establecidas estas formas de predicación se obtienen las inferencias inmediatas,[3] por medio de las cuales se conocen las relaciones veritativas de las proposiciones opuestas. Comencemos con algunos ejemplos:

Si se da la proposición **A** —primer caso—, entonces su contradictoria **O** no se da; ya que la **O** queda excluida del primer caso.

Si se da la proposición **I**, entonces su contradictoria **E** no se da; ya que dándose **I** cabe la posibilidad de que se dé **A** —primer caso—, o que se dé **O** -segundo caso-, pero no cabe la alternativa de que se dé **E**.

Si no se da la proposición **I** —primer y segundo caso—, entonces su subalterna **A** no se da; ya que **A** sólo se da en el primer caso.

3 Inferencia **inmediata** se entiende aquí en el sentido de que es suficiente conocer el valor de verdad de una proposición para saber el valor de verdad de otra.

Si se da la proposición **I**, entonces no puede saberse formalmente si se da o no su subalterna **A**; ya que **I** puede darse tanto en el primer caso —donde se incluiría **A**—, pero también en el segundo caso —donde **A** se excluye—.

Si se da la proposición **A**, entonces no se da su contraria **E**; ya que la **E** sólo se da en el tercer caso y la **A** sólo en el primero.

Si no se da la proposición **A**, entonces no puede saberse formalmente si se da su contraria **E**; ya que al no darse **A** queda abierta la posibilidad de que se dé el segundo caso —en el que se excluye la **E**—, o el tercer caso —en donde se incluiría la **E**—.

Al realizar estos razonamientos para todos los posibles casos y al agruparlos por su oposición, quedan establecidas las bases para formular las leyes de las inferencias inmediatas.

La ley de las proposiciones **contradictorias** es: "De la verdad de una contradictoria se infiere la falsedad de la otra, y viceversa." Es la oposición más radical entre proposiciones, puesto que lo que afirma una lo niega la otra; por ejemplo:

(16) Todo oso es mamífero.
Algún oso no es mamífero.

(17) Algún hombre no es músico.
Ningún hombre es músico.

La ley de las proposiciones **contrarias** es: "De la verdad de una contraria se infiere la falsedad de la otra —caso 18—, pero no viceversa —caso 19—"; por ejemplo:

(18) Todo cuadrado es rectangular.
Ningún cuadrado es rectangular

(19) Todo músico es austriaco.
Ningún músico es austriaco.

La ley de las proposiciones **subcontrarias** es: "De la falsedad de una subcontraria se infiere la verdad de la otra —caso 20—, pero no viceversa —caso 21—"; por ejemplo:

(20) Algunos felinos no son vertebrados.
Algunos felinos son vertebrados.

(21) Algunas mujeres son enfermeras
Algunas mujeres no son enfermeras.

Las leyes de las proposiciones **subalternas** son: "De la verdad de una proposición universal se infiere la verdad de la particular –caso 22–, pero no viceversa –caso 23–." Y, "de la falsedad de la particular se infiere la falsedad de la universal –caso 24–, pero no viceversa –caso 25–"; por ejemplo:

(22) Todos los insectos son artrópodos.
Algunos insectos son artrópodos.

(23) Ninguna ciudad tiene lagos.
Algunas ciudades no tienen lagos.

(24) Algunos mamíferos son artrópodos.
Todos los mamíferos son artrópodos.

(25) Algunos pintores son impresionistas.
Todos los pintores son impresionistas.

5. CONVERSION DE PROPOSICIONES

La conversión de proposiciones es el intercambio de sujeto y predicado en una proposición.

La conversión **simple** es el intercambio de sujeto y predicado sin alterar su cualidad ni su cantidad. Por ejemplo:

(1) Ningún miembro de la orquesta es mujer.
Se convierte en:
Ninguna mujer es miembro de la orquesta.

(2) Algunos arquitectos son catalanes.
Se convierte en:
Algunos catalanes son arquitectos.

Para que la conversión sea correcta es necesario que la nueva relación esté implicada en la proposición inicial, tanto en su cualidad como en su cantidad; lo que significa que no es correcto pasar de lo afirmativo a lo negativo ni viceversa; solamente es correcto pasar de lo universal a lo universal, o de lo universal a lo particular, o de lo particular a lo particular; no en cambio, pasar de lo particular a lo universal.

La conversión simple solamente es correcta en las proposiciones **E** e **I** –casos 1 y 2 respectivamente–. En las proposiciones **A** y **O** se haría una conversión incorrecta al pasar un término particular a universal, el predicado de la **A** y el sujeto de la **O**; por ejemplo:

(3) Todo hombre es vertebrado.
Se convertiría incorrectamente en:
Todo vertebrado es hombre.

(4) Algunos hombres no son matemáticos.
Se convertiría incorrectamente en:
Algunos matemáticos no son hombres.

Conversión **accidental** es el intercambio de sujeto y predicado reduciendo la extensión del sujeto de universal a particular y conservando la misma cualidad. Es correcta en las proposiciones **A** y **E**; por ejemplo:

(5) Todos los hombres son mamíferos.
Se convierte correctamente en:
Algunos mamíferos son hombres.

(6) Ningún hombre es anfibio.
Se convierte correctamente en:
Algunos anfibios no son hombres.

6. EJERCICIOS

1. Dar un ejemplo de proposiciones contrarias con el mismo valor veritativo.

2. Dar un ejemplo de proposiciones subalternas con distinto valor veritativo.

3. Dar un ejemplo de proposiciones subcontrarias con el mismo valor veritativo.

4. De la siguiente proposición "todas las sillas son de caoba" decir:

a) qué cantidad tiene;
b) qué cualidad tiene;
c) cuál es la extensión del predicado;
d) qué valor veritativo tiene;
e) qué tipo de conversiones puede tener;
f) cuál es su proposición contraria.

5. De la siguiente proposición "algún griego no es legislador" decir:
a) qué cantidad tiene;
b) qué cualidad tiene;

c) cuál es la extensión del predicado;
d) qué valor veritativo tiene;
e) qué tipo de conversiones puede tener;
f) cuál es su proposición subalterna.

6. De la siguiente proposición "ningún museo abre los domingos" decir:
a) qué cantidad tiene;
b) qué cualidad tiene;
c) cuál es la extensión del predicado;
d) qué valor veritativo tiene;
e) qué tipo de conversiones puede tener;
f) cuál es su proposición contradictoria.

7. Dar un ejemplo de proposición que cumpla con las siguientes características:
a) con valor veritativo verdadero;
b) con predicado universal;
c) que no tenga ningún tipo de conversión;
d) dar sus proposiciones opuestas que también sean verdaderas.

8. Dar un ejemplo de proposición que cumpla con las siguientes características:
a) con valor veritativo falso;
b) con un nexo conjuntivo en el sujeto;
c) que su subcontraria sea verdadera;
d) que su predicado sea universal.

9. Dar un ejemplo de proposición que cumpla con las siguientes características:
a) que su contradictoria sea falsa;
b) que su predicado sea particular;
c) que no tenga conversión simple.

10. Dar un ejemplo de proposición que cumpla con las siguientes características:
a) que su predicado sea universal;
b) que su subalterna sea falsa;
c) que tenga conversión accidental.

EL RACIOCINIO

El raciocinio es la relación de proposiciones en la que en virtud de esa relación se infiere una nueva proposición.

Tradicionalmente se han dividido los raciocinios en dos clases: el deductivo y el inductivo. Sin embargo, la inferencia formal pertenece solamente a la deducción; en cambio, la inducción – universalizar – pertenece más bien a una teoría del conocimiento o, en otras formas, a una teoría de la analogía y la probabilidad.[1]

En el capítulo primero estudiamos la forma ordinaria en la que a partir de objetos particulares podemos obtener términos universales. En el presente capítulo estudiaremos el raciocinio deductivo; puede definirse de la siguiente manera:

Es aquél que al inferir no incluye, en sus términos o en sus proposiciones, mayor extensión que la que tenía en las premisas.

Así, cuando hay una inferencia deductiva, caben las siguientes alternativas, vistas ya en la conversión de proposiciones:

a) pasar de una proposición universal a otra universal;
b) pasar de una proposición universal a una particular;
c) pasar de una proposición particular a otra particular.

1. SILOGISMO CATEGORICO

Es aquél silogismo en cuyo antecedente se relacionan dos términos con un tercero, de manera que pueda inferirse de ahí un consecuente, en donde se observe si esos dos términos convienen entre sí o no. Por ejemplo:

(1) Todos los accionistas son consejeros,
todos los gerentes son accionistas;
luego, todos los gerentes son consejeros.

1 Cfr. Copi, Irving M.: **Introducción a la lógica. La inducción.** Eudeba, Buenos Aires 1981.

En este caso se relacionan los 'gerentes' y los 'consejeros' por medio de una propiedad común 'ser accionista', de tal forma que en la conclusión puede afirmarse que 'todos los gerentes son consejeros'.

Las características de este tipo de silogismos vienen determinadas por su materia y su forma, puesto que en ellas se incluyen todas las posibles combinaciones de los silogismos categóricos.

a) Materia del silogismo categórico

El silogismo categórico se compone de tres proposiciones categóricas: dos premisas y una conclusión, pero contienen únicamente tres términos diferentes que son usados en dos ocasiones.

Llamaremos materia próxima a las tres proposiciones: premisa mayor, premisa menor y conclusión; y materia remota al término mayor (simbolizado por la letra 'P'), al término menor (simbolizado por la letra 'S') y al término medio (simbolizado por la letra 'M'). Así, en el siguiente silogismo:

(2) Todos los familiares fueron invitados,
algunos herederos no fueron invitados;
luego, algunos herederos no son familiares.

Haciendo referencia a su materia próxima, la premisa mayor es 'todos los familiares fueron invitados', la premisa menor es 'algunos herederos no fueron invitados' y la conclusión es 'algunos herederos no son familiares'.

La materia remota está formada por el término mayor (P) 'los familiares', el término menor (S) 'los herederos' y el término medio (M) 'los invitados'.

La definición de los términos de la materia remota es la siguiente:

El término mayor (P) es el predicado de la conclusión (de ahí su símbolo 'P'), pertenece a la premisa mayor sin ser el término medio.

El término menor (S) es el sujeto de la conclusión (de ahí su símbolo 'S'), pertenece a la premisa menor sin ser el término medio.

El término medio (M) (de ahí su símbolo 'M') es el que relaciona al término mayor con el menor. Aparece en las dos premisas y no en la conclusión.

Se llaman extremos del silogismo al sujeto (S) y predicado (P) de la conclusión, que aparecerán una sola vez en las premisas, pudiendo ser sujeto o predicado de alguna de ellas.

Aunque ordinariamente se deben poner en orden la premisa mayor, la menor y la conclusión, el criterio para identificarlas no es el orden en que aparecen sino el tener al término mayor (premisa mayor) o al término menor (premisa menor). Así, en el ejemplo:

(3) Jaime fue de los accidentados,
todos los accidentados fueron hospitalizados;
luego, Jaime fue hospitalizado.

El término mayor son 'los hospitalizados', por ser el predicado de la conclusión (P), por lo que la premisa mayor es la segunda que aparece 'todos los accidentados fueron hospitalizados', ya que la premisa mayor es la que contiene el término mayor. Del mismo modo, la premisa menor es 'Jaime fue de los accidentados', ya que contiene el término menor.

b) Figuras del silogismo categórico

Son las diversas estructuras que toma el silogismo, según la posición del término medio en las premisas como sujeto o predicado. Las figuras silogísticas son cuatro, porque hay cuatro posibles combinaciones sujeto o predicado del término medio.

Primera figura: El término medio es sujeto en la premisa mayor y predicado en la menor.

Segunda figura: El término medio es predicado en las dos premisas, mayor y menor.

Tercera figura: El término medio es sujeto en las dos premisas, mayor y menor.

Cuarta figura: El término medio es predicado en la premisa mayor y sujeto en la menor.

El siguiente silogismo pertenece a la primera figura:

(4) Todos los concursantes son becarios,
algunos alumnos de griego son concursantes;
luego, algunos alumnos de griego son becarios.

El siguiente silogismo pertenece a la segunda figura:

(5) Todos los embajadores tienen chofer,
algunos diplomáticos no tienen chofer;
luego, algunos diplomáticos no son embajadores.

El siguiente silogismo pertenece a la tercera figura:

(6) Todos los sospechosos son drogadictos,
algunos sospechosos son menores de edad;
luego, algunos menores de edad son drogadictos.

El siguiente silogismo pertenece a la cuarta figura:

(7) Algunos generales son clientes de Gabriel,
todos los clientes de Gabriel son vegetarianos;
luego, algunos vegetarianos son generales.

De una manera esquemática, las cuatro figuras del silogismo tienen la siguiente estructura en sus términos:

Primera fig.	**Segunda fig.**	**Tercera fig.**	**Cuarta fig.**
M - P	P - M	M - P	P - M
S - M	S - M	M - S	M - S
S - P	S - P	S - P	S - P

c) Modos del silogismo categórico

Al relacionar la cantidad y la cualidad de una proposición obtenemos cuatro combinaciones posibles – A, E, I, O –, como ya habíamos visto en las proposiciones opuestas.

El modo de un silogismo categórico es la determinación que reciben los silogismos según la cantidad y la cualidad de sus proposiciones. Así, por ejemplo, el siguiente silogismo tiene el modo AOO:

(8) Todos los padrinos usaron corbata,
algunos parientes no usaron corbata;
luego, algunos parientes no eran padrinos.

También el ejemplo 5 tiene un modo AOO, los ejemplos 4 y 6 tienen el modo AII, el ejemplo 7 tiene el modo IAI.

d) Forma de los silogismos categóricos

La forma de un silogismo categórico está determinada por su figura y su modo. Así, la forma del siguiente silogismo es: EIO de la tercera figura.

(9) Ningún animal en venta es felino,
Algunos animales en venta pertenecieron al circo,
luego, algunos animales que pertenecieron al circo no son felinos.

Las posibles formas lógicas del silogismo son 256, pues a cada figura corresponden 64 modos. Sin embargo al aplicar ciertas reglas, que se verán en apartados posteriores, los silogismos correctos se reducen solamente a 24.

He aquí el cuadro de las 64 combinaciones posibles para cada figura —la primera vocal corresponde a la premisa mayor, la segunda a la menor y la tercera a la conclusión—:

AAA	AAE	AAI	AAO
AEA	AEE	AEI	AEO
AIA	AIE	AII	AIO
AOA	AOE	AOI	AOO
EAA	EAE	EAI	EAO
EEA	EEE	EEI	EEO
EIA	EIE	EII	EIO
EOA	EOE	EOI	EOO
IAA	IAE	IAI	IAO
IEA	IEE	IEI	IEO
IIA	IIE	III	IIO
IOA	IOE	IOI	IOO
OAA	OAE	OAI	OAO
OEA	OEE	OEI	OEO
OIA	OIE	OII	OIO
OOA	OOE	OOI	OOO

e) Reglas de los términos en un silogismo

Existen ocho reglas para saber en qué casos y por qué un siologismo es incorrecto y también para identificar los silogismos correctos, cuatro de ellas corresponden a los términos y cuatro a las proposiciones. Las reglas de los términos son:

1. El silogismo se compone de tres, y sólo de tres, términos: mayor, menor y medio. Esta regla hace referencia a la definición misma del silogismo categórico.

2. Los términos de la conclusión no deben tener mayor extensión que en las premisas. Si uno de los términos —el mayor o el menor— es particular en las premisas, no puede ser universal en la conclusión; pues no sería deducción como se vio anteriormente.

3. El término medio no debe encontrarse en la conclusión. La conclusión debe de mostrar la relación de los extremos, pues en caso contrario no llegaríamos a ninguna conclusión, ya que la "conclusión" sería únicamente repetición o conversión de una de las premisas.

4. El término medio debe ser por lo menos una vez universal. El silogismo es incorrecto si el término medio es particular en las dos premisas; ya que, si tenemos en cuenta que el término medio es el enlace de los extremos del silogismo, es necesario que el término medio posea universalidad —al menos en una de las premisas—.

f) Reglas de las proposiciones en un silogismo

1. Si las dos premisas son negativas nada se sigue. Dos negaciones, en un silogismo categórico, no permiten predicar nada como conclusión, porque los predicados se excluyen del sujeto, y al hacer esto, la relación de conveniencia o no conveniencia existente entre los extremos no queda mostrada.

2. Si las dos premisas son afirmativas no puede concluirse negativamente. Es evidente que dos afirmaciones no contienen una negación en los mismos términos.

3. Si las dos premisas son particulares nada se sigue. La extensión de los términos de dos premisas particulares o bien no cumplen con la regla de que el término medio debe ser por lo menos una vez universal, o no cumplen con la

regla de que los términos de la conclusión no deben tener mayor extensión que en las premisas.

4. La conclusión sigue siempre la peor parte. Esto es, si una premisa es particular la conclusión debe ser particular; o si una premisa es negativa la conclusión debe ser negativa. En caso contrario la extensión de la conclusión sería mayor a la de las premisas; o –en el caso de la negación– la comprensión no correspondería.

g) Modos correctos para cada figura

Aplicando las anteriores reglas a las 256 formas posibles solamente 24 son correctas; 19 concluyen de manera natural y 5 usando adicionalmente la inferencia de las subalternas.

Los 19 modos naturales son:

1a. FIGURA	AAA	(BARBARA)[2]
	EAE	(CELARENT)
	AII	(DARII)
	EIO	(FERIO)
2a. FIGURA	EAE	(CESARE)
	AEE	(CAMESTRES)
	EIO	(FESTINO)
	AOO	(BAROCO)
3a. FIGURA	AAI	(DARAPTI)
	EAO	(FELAPTON)
	IAI	(DISAMIS)
	AII	(DATISI)
	OAO	(BOCARDO)
	EIO	(FERISON)
4a. FIGURA	AAI	(BAMALIP)
	AEE	(CAMENTES)
	IAI	(DIMATIS)
	EAO	(FESAPO)
	EIO	(FRESISO)

2 Estos nombres, además de expresar las vocales de los modos correctos sirven, como se verá en el siguiente apartado, para la conversión de los silogismos a la primera figura.

h) Modos correctos especiales

Son los modos cuya conclusión natural es una proposición universal, por lo que, aplicando la inferencia de las subalternas, se concluye también su particular.

En la primera figura	AAI	(BARBARI)
	EAO	(CELARON)
En la segunda figura	AEO	(CAMESTROP)
	EAO	(CESARON)
En la cuarta figura	AEO	(CAMENTOP)

Veamos ahora algunos ejemplos de silogismos correctos y algunos incorrectos.

El siguiente silogismo tiene la forma correcta AAI de la primera figura (DARII):

(10) Todo venado es rumiante,
algunos cuadrúpedos son venados;
luego, algunos cuadrúpedos son rumiantes.

El siguiente silogismo tiene la forma correcta AEE de la segunda figura (CAMESTRES):

(11) Todo pez es vertebrado,
ningún molusco es vertebrado;
luego, ningún molusco es pez.

El siguiente silogismo tiene la forma correcta EIO de la tercera figura (FERISON):

(12) Ninguna ave es mamífera,
algunas aves son carnívoras;
luego, algunos carnívoros no son mamíferos.

El siguiente silogismo tiene la forma correcta IAI de la cuarta figura (DIMATIS):

(13) Algunos ovíparos son aves,
todas las aves son vertebrados;
luego, algunos vertebrados son ovíparos.

Veamos ahora algunos ejemplos de silogismos incorrectos. El siguiente silogismo no cumple con la regla "los términos en la conclusión no deben tener mayor extensión que en las premisas":

(14) Todos los canguros son mamíferos,
todos los mamíferos son vertebrados;
luego, todos los vertebrados son canguros.

El siguiente silogismo no cumple con la regla "el término medio debe ser por lo menos una vez universal":

(15) Todas las aves son vertebrados,
todos los peces son vertebrados;
luego, todos los peces son aves.

El siguiente silogismo no cumple con la regla "si las dos premisas son negativas nada se sigue":

(16) Ningún insecto es vertebrado,
ninguna abeja es vertebrado;
luego, ninguna abeja es insecto.

El siguiente silogismo no cumple con la regla "la conclusión sigue siempre la peor parte":

(17) Ningún arácnido es vertebrado,
algunos animales son vertebrados;
luego, ningún animal es arácnido.

i) Conversión de silogismos

La primera figura del silogismo categórico es llamada "la figura perfecta", ya que contiene el único modo que concluye en **A**, que es la proposición óptima: universal-afirmativa; contiene además conclusiones de los otros tres modos: **E**, **I**, **O**; su inferencia en Teoría de Conjuntos es la más natural y gráfica; y a esta primera figura pueden reducirse todos los demás modos válidos restantes.

La conversión de un silogismo a la primera figura quiere decir que, partiendo de las premisas de las restantes 17 formas válidas, puede llegarse a su correspondiente conclusión por medio de alguna de las cuatro formas naturales de la primera figura, usando las inferencias inmediatas y/o la conversión de proposiciones y/o una reducción al absurdo.

Las palabras usadas para designar las 23 formas válidas tienen un significado mnemotécnico, es decir, son signos para ayudar a recordar los diversos modos que concluyen y la manera en que pueden convertirse a la primera figura.

Las vocales indican las proposiciones del silogismo. Algunas consonantes indican qué pasos seguir para concluir por medio de la primera figura.

La conversión se hace con las siguientes reglas:

1a. La consonante inicial de cada modo indica que se convierte al de la primera figura que tenga la misma inicial. Así, CESARE se convierte a CELARENT; DISAMIS se convierte a DARII, BOCARDO se convierte a BARBARA; FRESISO se convierte a FERIO; etc.

2a. La 'S' indica que a la proposición representada por la vocal precedente debe hacérsele una conversión simple. Prescindiendo del contenido material, pongamos un ejemplo:

CESARE de la segunda figura a CELARENT de la primera:

Ningún P es M,
todo S es M;
luego, ningún S es P.

Al hacer la conversión simple de la premisa mayor pasa a la primera figura:

Ningún M es P,
todo S es M;
luego, todo S es P.

3a. La 'P' indica que a la proposición representada por la vocal precedente debe hacérsele una conversión accidental; por ejemplo:

FELAPTON de la tercera figura a FERIO de la primera:

Ningún M es P,
todo M es S;
luego, algún S no es P.

Al hacer la conversión accidental de la premisa menor pasa a la primera figura:

Ningún M es P,
algún S es M;
luego, algún S no es P.

4a. La 'M' indica que es necesario invertir las premisas, la mayor por la menor y viceversa; en estos modos es necesario también hacer la conversión simple o accidental de la nueva conclusión; por ejemplo:

DIMATIS de la cuarta figura a DARII de la primera:

Algún P es M,
todo M es S;
luego, algún S es P.

Al invertir las premisas y al hacer la conversión simple de la conclusión –inferida por la primera figura–, el silogismo queda:

Todo M es S,
algún P es M;
luego, algún S es P.

5a. La 'C' indica que la conversión debe efectuarse por una **reducción al absurdo**. Consiste en considerar hipotéticamente la contradicción de lo que se quiere concluir, con lo cual se infiere la contradicción de alguna de las premisas; deduciendo así que la hipótesis inicial es absurda y, por consiguiente, que es verdad su contradictoria, que es lo que queremos demostrar. Por ejemplo:

BAROCO de la segunda figura a BARBARA de la primera:

Todo P es M,
algún S no es M;
algún S no es P.

Se ponen como premisas la premisa universal del silogismo inicial 'Toda P es M' y la contradictoria de la conclusión 'Toda S es P', colocadas para hacer una deducción de la primera figura:

Todo P es M,
todo S es P;
luego, todo S es M.

Lo que se concluye de estas dos premisas 'Todo S es M' por medio de un BARBARA, es contradictorio a la premisa menor incial 'Algún S no es P'; por lo que, dadas las premisas sería contradictorio no concluir 'Algún S no es P'.

2. SILOGISMOS IRREGULARES

La estructura del silogismo categórico, que queda bien establecida a través de las figuras y de sus modos, permite ciertas variaciones en su uso, surgiendo así los silogismos irregulares.

Son cuatro los principales silogismos irregulares: el entimema, el epiquerema, el sorites y el polisilogismo.

a) **El silogismo entimema** o abreviado es un silogismo categórico que al emplearlo se calla una de las premisas. Dicha premisa se sobreentiende. Por ejemplo:

Todo hombre es mortal;
luego, Sócrates es mortal.

En este silogismo queda sobreentendida la premisa menor: 'Sócrates es hombre'.

b) **El silogismo epiquerema** o probatorio es aquel en el que una o las do premisas van acompañadas de su correspondiente prueba. Por ejemplo:

Todo hombre es mortal –por ser corruptible–,
Sócrates es hombre –por ser animal racional–,
luego, Sócrates es mortal.

Los siguientes dos tipos de silogismos irregulares son cadenas de silogismos concluyentes.

c) **El polisilogismo** o en serie es una cadena de silogismos, en los cuales las conclusiones parciales sirven como premisas de otros silogismos hasta la conclusión final.

No existe una única posibilidad de esquematizar el polisilogismo, puesto que puede variar el uso de las distintas figuras de cada uno de los silogismos simples que conforman la cadena. Un ejemplo de dichos esquemas es:

Ninguna B es C,
toda D es B;
luego, ninguna D es C.
toda G es C;
luego, ninguna G es D.

alguna G es H;
luego, alguna H no es D.

Ninguna montaña asiática está en los Alpes,
toda montaña de ocho mil metros es asiática;
luego, ninguna montaña de ocho mil metros está en los Alpes
Todas las montañas del Tirol están en los Alpes;
luego, ninguna montaña del Tirol es de ocho mil metros.
Algunas montañas Dolomitas están en el Tirol;
luego, algunas montañas Dolomitas no son de ocho mil metros

Como puede observarse este es un polisilogismo que contiene inferencias de tres figuras distintas. La mayoría de los razonamientos humanos incluyen este tipo de silogismos.

En otro ejemplo, para demostrar que la conclusión "Algún H no es C" se sigue de las premisas:

(1) Todo G es H
(2) Ningún K es B
(3) Todo D es B
(4) Todo K es G
(5) Todo C es D

Se deducen las siguientes conclusiones parciales hasta llegar a la deseada:

(6) Ningún D es K	(2)(3) CESARE
(7) Algún G no es D	(4)(6) FESAPO
(8) Algún H no es D	(1)(7) BOCARDO
(9) Algún H no es C	(5)(8) BOCARDO

d) **El sorites** o silogismo concatenado es un polisilogismo abreviado, en el cual las conclusiones parciales se suprimen. Puede ser progresivo o regresivo.

El progresivo se da cuando el sujeto de cada proposición sirve de predicado de la siguiente hasta la conclusión final, que se forma con el sujeto de la última premisa y el predicado de la primera. El término medio está colocado formando un silogismo de la primera figura. Por ejemplo:

Todo B es C,
todo D es B,
todo F es D,
todo G es F;
luego, todo G es C.

Todo animal es corruptible,
todo mamífero es animal,
todo primate es mamífero,
todo chimpancé es primate;
luego, todo chimpancé es corruptible.

El regresivo presenta la disposición de sus términos en forma inversa, es decir, el predicado de cada proposición pasa a ser sujeto de la nueva. Por ejemplo:

Todo B es C,
todo C es D,
todo D es F,
todo F es G;
luego, todo B es G.

Todo filósofo es hombre,
todo hombre es compuesto,
todo compuesto es corruptible,
todo corruptible es contingente;
luego, todo filósofo es contingente.

En realidad la forma regresiva del Sorites corresponde a la primera figura, aunque la forma visual con la que aparece sea de la cuarta. Se distingue de la progresiva en que ésta toma las conclusiones como premisa mayor de la siguiente inferencia, mientras que la regresiva las utiliza como premisa menor. La condición para que estos silogismos sean correctos es que todas las premisas utilizadas sean universales-afirmativas.

3. SILOGISMOS PROPOSICIONALES

Además de los silogismos estudiados en los apartados anteriores, en donde la relación de las proposiciones se hace a través del término medio, hay otra forma natural de razonar deductivamente por medio de nexos lógicos. A este nuevo tipo de relación se le da el nombre de lógica sentencial o proposicional.[3]

El silogismo proposicional es aquel cuya inferencia está basada en un nexo lógico (conjunción, disyunción, condicional) y no necesita analizar los términos de que constan las proposiciones para poder inferir.

a) **El silogismo hipotético** o condicional es aquél en que una de sus premisas expresa un condicional y la otra concreta categóricamente si se da el antecedente o si se niega el consecuente; de tal forma que, la conclusión es la afirmación del consecuente —para el primer caso—, o la negación del antecedente —para el segundo caso—. Por ejemplo:

(1) Si los moluscos sienten entonces son animales.
Los moluscos sienten;
luego, los moluscos son animales.

(2) Si todo hombre es infalible entonces no hay error en la ciencia.
Hay error en la ciencia;
luego, no todo hombre es infalible.

De acuerdo a esta definición, el silogismo condicional tiene dos leyes:

Modus Ponendo Ponens: Dado un condicional, si se tiene el antecedente se concluye el consecuente —caso 1—. Su forma gráfica es:

Si B entonces C.
Se da B.
luego, se da C.

Si dándose B no se diera C la primera premisa expresaría una sintáxis equivocada del condicional.

Modus Tollendo Tollens: Dado un condicional, si el consecuente no se da se concluye que el antecedente tampoco se da —caso 2—. Su forma gráfica es:

Si B entonces C.
No se da C.
luego, no se da B.

Si no dándose C se diera B, al darse B —por Modus Ponendo Ponens— se

3 Los primeros estudios de estas formas lógicas proposicionales se deben a la escuela estoica —siglo IV a.C. al I d.C.—.

daría C, cosa evidentemente contradictoria.

Es importante notar que la premisa condicional en ambas leyes no afirma categóricamente ni el antecedente ni el consecuente, por lo que, para concluir, es necesaria la otra premisa.

b) **El silogismo excluyente** es aquél en que una de sus premisas expresa dos proposiciones que se excluyen, y la otra premisa expresa categóricamente la afirmación o la negación de alguna de las proposiciones que se excluyen; la conclusión es la negación o afirmación –respectivamente– de la otra proposición. Por ejemplo:

(3) Que el resultado sea un número irracional excluye que sea entero y viceversa.
El resultado es un número irracional.
luego, el resultado no es un número entero.

La ley del silogismo excluyente es: dada una exclusión de proposiciones, si se afirma una de ellas se niega la otra y viceversa. Sus formas gráficas son:

B y C se excluyen mutuamente.
Se da B.
luego, no se da C.
B y C se excluyen mutuamente.
No se da B.
luego, se da C.

c) **El silogismo bicondicional** es aquél en que una de las premisas expresa que, dadas dos proposiciones, una implica la otra y viceversa; la otra premisa, expresa categóricamente la afirmación o la negación de alguna de las dos proposiciones; la conclusión es la afirmación o la negación –en el mismo sentido en que se haya hecho en la premisa categórica– de la otra proposición. Por ejemplo:

(4) Juan será condenado si, y sólo si, confiesa su culpa.
Juan no confesó su culpa;
luego, Juan no será condenado.

La ley del silogismo bicondicional es: dadas dos proposiciones que se implican mutuamente, si se da una se da la otra, y si no se da una tampoco se da la otra. Sus formas gráficas son:

B y C se implican mutuamente.
Se da B.
luego, se da C.
B y C se implican mutuamente.
No se da B.
luego, no se da C.

d) **El silogismo dilema** es aquél en que una de sus premisas expresa una disyunción, y las otras expresan –separadamente–, en forma de condicional, cada una de las proposiciones de la disyunción como antecedente de un mismo consecuente; la conclusión es la afirmación categórica del consecuente común. Podemos poner como ejemplo el argumento que utilizó el califa Omar para quemar la famosa biblioteca de Alejandría; erróneo desde el punto de vista material, pero correcto en su aspecto formal.

(5) Esta biblioteca o concuerda con el Korán o no.
Si concuerda con el Korán hay que quemarla (pues es una inútil repetición).
Si no concuerda con el Korán hay que quemarla (pues es impía y peligrosa).
Luego, la biblioteca debe ser quemada.

La ley del silogismo dilema es: dada una disyunción de proposiciones, si cada una implica una tercera; se infiere categóricamente la tercera. Su esquema es:

B o C
B implica D.
C implica D.
luego, se da D.

4. EJERCICIOS

1. Del siguiente silogismo:

Toda cascuta es parásita,
alguna flor es cascuta;
luego, alguna flor es parásita.

decir:

a) ¿Cuál es su materia remota?
b) ¿Qué modo tiene el silogismo?

c) ¿Qué figura tiene el silogismo?

2. Decir en contra de qué reglas va el siguiente silogismo:

Todos los gatos tienen orejas,
todos los perros tienen orejas;
luego, todos los perros son gatos.

3. Decir en contra de qué reglas va el siguiente silogismo:

Algún astro es sol,
alguna monosílaba es sol;
luego, ninguna monosílaba es astro.

4. Dar un ejemplo de silogismo incorrecto que vaya solamente en contra de las reglas: "Los términos en la conclusión no deben tener mayor extensión que en las premisas"; y "La conclusión sigue siempre la peor parte".

5. Dar un ejemplo de silogismo incorrecto que vaya solamente en contra de la regla: "Si las dos premisas son negativas nada se sigue".

6. Dar un ejemplo de silogismo correcto con las siguientes características:

a) que sea de la tercera figura;
b) que la conclusión sea negativa.

7. Dar un ejemplo de silogismo correcto con las siguientes características:

a) que no tenga premisas negativas;
b) que el término medio sea en las dos premisas universal.

8. Convertir un silogismo FESAPO a la primera figura.

9. Convertir un silogismo CAMESTRES a la primera figura.

10. Hacer un polisilogismo en el que intervengan, para su conclusión, los siguientes silogismos:

BARBARA
CAMENTES
FESAPO
BOCARDO.

11. Demostrar que la conclusión "Algún G es K" se sigue de las siguientes premisas:

(1) Todo B es D
(2) Todo H es G
(3) Algún H es B
(4) Todo D es K

12. Demostrar que la conclusión "Algún K no es C" se sigue de las siguientes premisas:

(1) Todo D es H
(2) Todo H es K
(3) Ningún J es C
(4) Todo G es J
(5) Todo B es G
(6) Todo B es D

13. Demostrar que la conclusión "Algún B no es M" se sigue de las siguientes premisas:

(1) Todo H es B
(2) Todo C es H
(3) Ningún G es K
(4) Todo M es K
(5) Todo D es G
(6) Algún C es D

14. Demostrar que la conclusión "Algún B es J" se sigue de las siguientes premisas:

(1) Todo M es B
(2) Todo H es J
(3) Todo G es H
(4) Todo C es M
(5) Toda G es C

15. Demostrar que la conclusión "Algún ser imaginario no es moribundo" se sigue de las siguientes premisas:

(1) Ningún ser mágico es moribundo.
(2) Todos los pájaros encantados son ruiseñores.

(3) Todos los ruiseñores son mágicos.
(4) Algún ser fantástico es pájaro encantado.
(5) Todo ser fantástico es imaginario.

SEGUNDA PARTE

LOGICA MODERNA

Es conveniente distinguir entre la lógica simbólica, la lógica matemática, la lógica moderna y el positivismo lógico.

Aristóteles ya utilizaba variables para prescindir de contenidos concretos en su silogística, con el fin de mostrar específicamente la forma lógica de los razonamientos. Muchos filósofos son también de la opinión de que al prescindir del lenguaje ordinario evitamos muchos sofismas causados por la retórica. Desde la antigüedad encontramos muestras claras de la precaución intelectual ante el lenguaje:

> ¡Ah, Tiresias, Tiresias... a qué hondura pueden degradarse los mortales cuando visten sus palabras de ropaje bello y de fondo reprobable, por un vano interés de lucro![1]

La lógica matemática desarrollada especialmente por Peano, Frege y B. Russell,[2] tiene una finalidad muy precisa: mostrar cómo a partir de unos cuantos principios lógicos puede desarrollarse la matemática. Es por esto que no debe reducirse la lógica moderna a la lógica matemática.

La lógica moderna es el conjunto de sistemas, reglas, leyes, procedimientos, definiciones, estrategias, etc. que permiten conocer, demostrar y aplicar las distintas formas argumentativas. La lógica moderna recoge todas las formas válidas que se han establecido en el transcurso de la historia de la lógica. En este sentido, la lógica moderna evoluciona, llegando a precisiones y métodos más perfectos.

1 Sófocles: **Antígona**.
2 Bertrand Russell: **Los principios de la matemática**. Prefacio. Espasa Calpe, Madrid 1983.

Aunque los grandes desarrollos de la lógica del presente siglo se han generado en el marco de un positivismo lógico, con algunas repercusiones ideológicas en el tratamiento de algunas cuestiones lógicas, es erróneo reducir la simbolización de la lógica moderna a estas posturas filosóficas.

LOGICA PROPOSICIONAL

En el estudio de la lógica clásica se ha podido observar que la inferencia puede hacerse, como uno de sus modos, a través de la relación que guardan las proposiciones entre sí por medio de los nexos lógicos.[1] Estudiaremos ahora estas relaciones, y los distintos procedimientos y leyes que analizan la validez de una deducción. Proposición y sentencia son términos correlativos, por ello suele llamarse también —a esta parte de la lógica— lógica sentencial.

Veamos algunos ejemplos de la vida cotidiana:

(1) Si la ropa tiene etiqueta roja, entonces está de oferta. Y si tiene etiqueta blanca, entonces el precio es el habitual.

En este caso tenemos cuatro proposiciones, a saber:

1a. La ropa tiene etiqueta roja.
2a. La ropa está de oferta.
3a. La ropa tiene etiqueta blanca.
4a. La ropa tiene el precio habitual.

Si quisieramos simbolizar las proposiciones podríamos hacer lo siguiente:

P1 por 'La ropa tiene etiqueta roja.'
P2 por 'La ropa está de oferta.'
P3 por 'La ropa tiene etiqueta blanca.'
P4 por 'La ropa tiene el precio habitual.'

Y nos quedaría:

(1) Si P1, entonces P2. Y si P3, entonces P4.

En el ejemplo:

(2) O me voy de viaje el próximo verano, o ahorro el dinero. Y si ahorro el dinero, entonces cambiaré de coche.

1 Cfr. Primera Parte, c. II, 2, d.

Las proposiciones son:

1a. Me voy de viaje el próximo verano.
2a. Ahorro el dinero.
3a. Cambiaré de coche.

Al simbolizar:

P1 por 'Me voy de viaje el próximo verano.'
P2 por 'Ahorro el dinero.'
P3 por 'Cambiaré de coche.'

Nos queda:

(2) O P1, o P2. Y si P2, entonces P3.

Finalmente, el ejemplo:

(3) Se puede pagar en efectivo o con tarjeta de crédito o con ambas cosas. Pero el descuento se hará si y sólo si el pago es en efectivo.

Tiene las proposiciones:

1a. Hacer el pago en efectivo.
2a. Hacer el pago con tarjeta de crédito.
3a. Obtener el descuento.

Que al ser simbolizadas nos da como resultado:

P1 por 'Hacer el pago en efectivo.'
P2 por 'Hacer el pago con tarjeta de crédito.'
P3 por 'Obtener el descuento.'

(3) P1 o P2 o ambas. Pero P3 si y sólo si P1.

En los ejemplos anteriores podemos ver claramente los elementos de que consta la lógica proposicional, a saber, los nexos y las proposiciones. Así, en el caso (1) las proposiciones son las que se simbolizaron con P1, P2, P3 y P4; y los nexos son 'Si ...entonces.... Y si ... entonces ...' En el caso (2) las proposiciones son las que se simbolizaron con P1, P2 y P3; y los nexos son 'O ...o... . Y si... entonces... .' Por último en el caso (3) las proposiciones son las que se simbolizaron con P1, P2 y P3; y los nexos son '...o ...o ambas. Pero... si y sólo si... '

1. LA PROPOSICION

Se entiende por proposición a la expresión que es necesariamente verdadera o falsa. Esta verdad o falsedad –bivalencia lógica– puede analizarse desde el punto de vista material o formal.

Así, en el ejemplo,

(1) 'El mercurio es metal,'

tenemos el caso de una expresión materialmente (químicamente) verdadera; y en el ejemplo,

(2) 'Si A entonces B. Se da A; luego, se da B,'

nos encontramos con un razonamiento formalmente verdadero, independientemente del contenido que puedan tener A y B.

La simbolización de proposiciones, que de suyo puede ser arbitraria, se utilizará en este estudio de una manera simple. En este capítulo hablaremos de la simbolización que no hace referencia a los términos que la componen, como ya lo hemos visto anteriormente.

La letra 'P' servirá indistintamente para designar a las proposiciones con un contenido determinado o las que no lo tienen; como sucede en el caso de las matemáticas en donde cualquier número (por ejemplo el '2') puede referirse a cosas concretas –'2 manzanas'– o como pura abstracción formal –'2 + 2 = 4'–. En el caso de manejar más de una proposición se distinguirán por su enumeración: P1; P2; P3; etc.[2]

Como un paso del desarrollo de simbolización, se pondrá de manifiesto la significación de lo simbolizado por cada proposición, poniendo comillas simples (' ') a la proposición en lenguaje ordinario, por ejemplo:

P1 por 'El fosfato es una sal.'
P2 por 'El hierro es un metal.'
P3 por 'El helio es gaseoso.'

2 Ordinariamente se ha utilizado la simbolización p, q, r...; sin embargo, esta simbolización tiene el inconveniente de ser poco práctica en razonamientos con muchas premisas.

2. LAS OPERACIONES CONECTIVAS

En las siguientes expresiones se muestra la relación de proposiciones por medio de nexos lógicos.

(1) El agua es un compuesto de hidrógeno **y** oxígeno.
(2) Los vegetales son **o** criptógamos **o** fanerógamos.
(3) La relación de padre e hijo es de **mutua implicación**, es decir, no se da uno sin el otro, al darse uno se da el otro.
(4) Los búfalos son mamíferos. Ser búfalo **implica** ser mamífero.
(5) Un animal puede ser herbívoro **o** carnívoro **o ambos.**

Los nexos lógicos son los distintos tipos de relación que responden a las operaciones de la razón en el ámbito lógico. Esto significa que los nexos lógicos no son simplemente modos lingüísticos de expresión, sino que son exigencias de la razón, que a su vez, al captar, relacionar y reflexionar la realidad conocida, descubre en ella y en sus relaciones esos nexos que utiliza en la razón y expresa en el lenguaje. Si esto no fuera así, los nexos se convertirían en simples juegos lingüísticos a los que se tiene que encorsetar la razón, o a lo sumo en formas **a priori** de la razón al modo kantiano. Sin embargo, en la realidad vemos que efectivamente 'el agua es un compuesto de hidrógeno **y** oxígeno' (1); que 'un animal **o** es herbívoro **o** carnívoro **o ambos**' (5), etc.

NEXOS LOGICOS

a) Negación

Es la operación por la cual negamos el valor veritativo de una proposición u operación. Se trata de una operación **unitaria**, ya que afecta solamente a la proposición u operación negada.

Cuando se dice,

(6) Juan **no** llegó a tiempo a la cita.

lo que se quiere decir es que es falso que Juan haya llegado a tiempo, o dicho de otro modo, que la afirmación 'Juan llegó a tiempo a la cita' es falsa.

Y cuando decimos,

(7) **No** es cierto que Cristóbal Colón haya descubierto América y que haya nacido en Cuernavaca.

lo que se dice que es falso es todo en conjunto. Es decir, es falsa la conjunción: Cristóbal Colón descubrió América y nació en Cuernavaca.

"~" es el signo que se va a utilizar para la negación.

Cuando se quiere negar una proposición se hace del siguiente modo: ~ P, (6)

Si se quiere negar una operación se hace colocando entre signos de agrupación dicha operación y poniendo el signo fuera de éste:

~ (P1 • P2), (7)

El **valor veritativo** es la negación del valor veritativo – material o formal – de la operación o nexo que se niega, lo cual significa en el caso de la negación de una operación que se niega la operación y no cada una de las proposiciones. Así, si una proposición es verdadera su negación es falsa; y si es falsa su negación es verdadera. Esto se expresa por la tabla de verdad de la negación:

P	~ P
V	F
F	V

b) Conjunción

Es la operación que une dos proposiciones que se presentan como verdaderas, pudiendo tener independencia la una de la otra. Es **binaria** ya que une dos proposiciones u operaciones. Veamos un ejemplo de la historia:

(8) Cristóbal Colón descubrió América y partió del Puerto de Palos.

La proposición 'Cristóbal Colón descubrió América' es verdadera; y la proposición 'Cristóbal Colón partió del Puerto de Palos' es verdadera; y todo en conjunto (en conjunción) es verdadero también. En cambio, en el ejemplo:

(9) Cristóbal Colón descubrió América y partió del Golfo Pérsico.

La proposición 'Cristóbal Colón descubrió América' es verdadera; pero la proposición 'Cristóbal Colón partió del Golfo Pérsico' es falsa; y del mismo modo todo en conjunto es falso.

Cuando unimos con el nexo 'y' lo hacemos presuponiendo la verdad de las proposiciones. Por eso, sólo es correcto unir en conjunción proposiciones verdaderas, ya que basta que una sea falsa para que la unión sea falsa.

Si quisiéramos simbolizar los anteriores ejemplos, lo haríamos con el símbolo ' • ' para 'y'.

Si se quieren unir dos proposiciones como en el caso (8) nos quedaría:
P1 por 'Cristóbal Colón descubrió América.'
P2 por 'Cristóbal Colón partió del Puerto de Palos.'

(P1 • P2)

Si se quieren unir dos operaciones con una conjunción, por ejemplo:

(10) Si el sorteo se efectúa frente a un interventor de gobernación, entonces es legal. Y si legal, entonces no habrá reclamaciones por parte de los participantes.

Se simboliza:

P1 por 'El sorteo se efectúa frente a un interventor de gobernación.'
P2 por 'El sorteo es legal.'
P3 por 'Los participantes harán reclamaciones.'

El esquema queda:

(Si P1 entonces P2) • (Si P2 entonces no P3)

Como lo hemos dicho anteriormente su valor veritativo es: sólo hay verdad cuando las proposiciones de la conjunción son verdaderas. Atendiendo a esto su tabla de verdad es:

P1	•	P2
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	F	F

Partiendo del hecho de que la tabla de verdad es un **espacio lógico** que nos muestra cuándo una operación es verdadera o falsa tenemos que, en el caso de la conjunción, ésta determina que sólo se pueden unir dos proposiciones que sean verdaderas. O dicho de otro modo, la condición de posibilidad de una conjunción verdadera es que sus proposiciones sean verdaderas. Por eso si se tienen dos proposiciones verdaderas unidas en conjunción se puede estar seguro que dentro del espacio lógico aquello es verdadero, es decir, que el razonamiento está bien hecho, que es lógicamente posible y que a partir de aquello no se llegará a proposiciones categóricas falsas.

Sin embargo, cuando se aplican los nexos lógicos en esquemas cuyas proposiciones tienen un contenido determinado es importante atender a su sentido[3] y no solamente a su posibilidad lógica, para evitar expresiones como:

(11) Cristóbal Colón descubrió América y la luna es el satélite de la tierra.

Donde las proposiciones y la conjunción son verdaderas pero que en conjunto no tienen sentido.

Habría que agregar, entonces, que aunque la tabla de verdad nos dice la condición de posibilidad lógica, y por esto no deja abierta la posibilidad de un absurdo, hay que considerar también si la expresión tiene sentido en un contexto lingüístico determinado. Sería absurdo que un maestro de aritmética dijera en el salón de clases:

(12) $3 + 3 = 6$ y la luna es el satélite de la tierra.

Ambas proposiciones son verdaderas pero no pertenecen al mismo contexto y por eso estar unidas de esta manera les hace perder el sentido. No tiene sentido, es incoherente decir tal cosa. Esto no quiere decir que la tabla de verdad esté equivocada, o que la aritmética esté equivocada, o que la astronomía esté equivocada. Esto significa que hay que usar correctamente las expresiones — en un espacio lógico — dentro del contexto que les corresponde — con sentido — y no en un momento fuera de lugar o relacionando cosas que no vienen al caso.

Lo dicho aquí sobre el espacio lógico y el sentido puede aplicarse a los demás nexos lógicos.

c) Disyunción

Es una operación binaria que reviste dos modalidades, la excluyente y la incluyente.

1. **Excluyente** o exclusiva es la operación que presenta una alternativa en

3 El significado de 'sentido' que estamos ocupando aquí, como se verá, no es el que usa Ludwig Wittgenstein.

donde se considera que un elemento es verdadero y el otro falso, por ejemplo:

(13) Kierkegaard nació o en Copenhague o en Amsterdam.

En este caso se ve claramente que sólo cabe una de las dos posibilidades, es decir, no es posible que Kierkegaard haya nacido en Copenhague y en Amsterdam sino que de los dos lugares sólo nació en uno. Para simbolizar este ejemplo usaremos el símbolo para la exclusión:

P1 por 'Kierkegaard nació en Copenhague.'

P2 por 'Kierkegaard nació en Amsterdam.'

(P1 § P2)

El **valor veritativo** de la exclusión es: sólo es válida cuando las proposiciones tienen distinto valor veritativo, esto es, cuando una es verdadera y la otra falsa. Atendiendo a esto su tabla de verdad es lasiguiente:

P1	§	P2
V	F	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

La exclusión como los demás nexos lógicos pueden aplicarse en distintos ámbitos: lógico, matemático, histórico, convencional, etc. Por ejemplo:

(14) P1 § ~ P1

Es una exclusión lógica.

(15) Si $x \neq y$; entonces $x < y$ o $x > y$, pero no ambas.

$x < y$ o $x > y$ es una exclusión matemática.

(16) Cristóbal Colón llegó a América en 1492 o llegó a la India en 1492.

Es una exclusión histórica.

(17) Te compro un helado o una malteada pero no ambas cosas.

Es una exclusión por convención.

2. **Incluyente** o inclusiva es la operación disyuntiva que presenta una alternativa en donde se considera que por lo menos un elemento es verdadero,

pudiendo ser ambos. Por ejemplo:

(18)'Tendrán visa los que nacen en México y/o sean hijos de padres mexicanos.'

Aquí se está diciendo que tendrán visa los nacidos en México o los que sean hijos de padres mexicanos o los que sean ambas cosas, nacidos en México y de padres mexicanos; es decir, caben las tres posibilidades.

Para simbolizar se usará el símbolo v del siguiente modo:

P1 por 'Tendrán visa los que nacen en México.'

P2 por 'Tendrán visa los que sean hijos de padres mexicanos.'

(P1 v P2)

El **valor veritativo** de la disyunción incluyente es: hay verdad cuando, por lo menos, una proposición es verdadera. Su tabla de verdad es:

P1	v	P2
V	V	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

Así, algunos esquemas que en conjunción resultan falsos en la disyunción incluyente resultan verdaderos, por ejemplo, 'Cristobal Colón hablaba sueco o español.'

d) Condicional

Es la operación mediante la cual se afirma que dado un **antecedente** se da también un **consecuente**. Pongamos un ejemplo:

(19) Si Juan nació en Cuba entonces Juan nació en una isla.

El condicional se expresa con el símbolo $\supset$, usándose así:

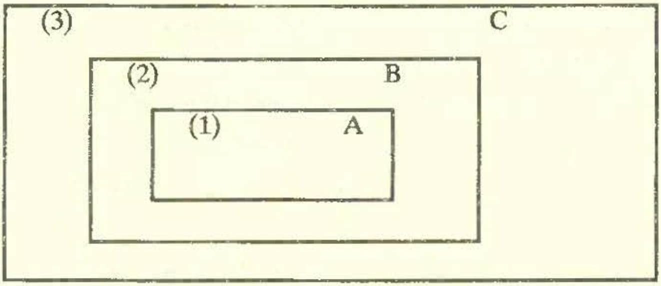
P1 por 'Juan nació en Cuba.'

P2 por 'Juan nació en una isla.'

(P1 $\supset$ P2)

Pongamos un ejemplo que muestra el valor veritativo del condicional:

Dados tres conjuntos A, B y C donde el A es subconjunto de B y B es subconjunto de C, si algo 'x' está en A entonces 'x' está en B. Este condicional es correcto independientemente de dónde esté 'x'.



Esta relación de conjuntos deja abiertas las siguientes alternativas:

1a Si 'x' está en el espacio 1: es verdad que 'x' está en A y es verdad que 'x' está en B; esto es, tanto el antecedente como el consecuente son verdaderos.

2a Si 'x' está en el espacio 2: es falso que 'x' esté en A pero es verdad que 'x' está en B; esto es, el antecedente es falso pero el consecuente es verdadero.

3a Si 'x' está en el espacio 3: es falso que 'x' esté en A y es falso que 'x' esté en B; esto es, tanto el antecedente como el consecuente son falsos.

En cambio es imposible que 'x' esté en A y no esté en B; esto es, es absurdo que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

Como puede observarse en los casos anteriores sólo es falso un condicional en que dándose el antecedente no se da el consecuente, que es precisamente lo contrario de lo que se afirma en la definición.

De acuerdo a estas consideraciones su tabla de verdad quedará así:

P1	$\supset$	P2
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

Apliquemos esta tabla al siguiente condicional:

(20) Si la mascota de Juan es gato entonces es mamífero.

La verdad de este condicional como se vio anteriormente deja abiertas las siguientes alternativas:

1a Que la mascota de Juan sea gato; donde antecedente y consecuente serían verdaderos.

2a Que la mascota de Juan sea mamífero pero no gato, por ejemplo, un perro; donde el antecedente es falso pero el consecuente verdadero.

3a Que la mascota de Juan no sea ni gato ni mamífero, por ejemplo, una tortuga; donde el antecedente y el consecuente serían falsos.

En cambio sería imposible que la mascota de Juan fuera gato y no mamífero; siendo absurdo que el antecedente sea verdadero y el consecuente falso.

e) Bicondicional

Es la operación que establece una relación tal entre dos proposiciones que la verdad de cada una de ellas es condición necesaria y suficiente de la verdad de la otra. Por lo mismo la falsedad de una es condición necesaria y suficiente de la falsedad de la otra. Por ejemplo:

(21) María es culpable si y sólo si ella cometió la falta.

Se expresa con el símbolo , y su uso es:

P1 por 'María es culpable.'
P2 por 'María cometió la falta.'

$$P1 \equiv P2$$

Su **valor veritativo** es: hay verdad cuando los dos valores veritativos son iguales y no puede darse el caso que dándose una no se dé la otra. Su tabla de verdad es:

P1	≡	P2
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	V	F

Como pudo notarse, a excepción de la negación todas las operaciones son binarias, es decir afectan a dos proposiciones o a dos operaciones.

3. CUADRO DE LAS OPERACIONES PRINCIPALES Y DE SUS VALORES VERITATIVOS

Algunas de las cosas dichas, más prácticas, sobre los nexos lógicos se encuentran de manera esquemática en los dos siguientes cuadros:

LAS OPERACIONES O NEXOS LOGICOS[4]

OPERACION	NOMBRE	SIMBOLO	USO	LEASE
negar	negación	$\sim$	$\sim$ P	No P
unir	conjunción	$\bullet$	P1 $\bullet$ P2	P1 y P2
alternar	alternación o disyunción incluyente	v	P1 v P2	P1 o P2 o ambas
excluir	exclusión o disyunción excluyente	§	P1 § P2	P1 o P2 pero no ambas
implicar	condicional	$\supset$	P1 $\supset$ P2	Si P1 entonces P2
mutuo implicar	bicondicional	$\equiv$	P1 $\equiv$ P2	P1 si y sólo si P2

VALORES VERITATIVOS

P1	P2	$\bullet$	v	§	$\supset$	$\equiv$
V	V	V	V	F	V	V
V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	V

4 Los nombres o símbolos pueden cambiar dependiendo del autor; en cualquier caso es fácil identificarlos. Aquí ponemos algunos de ellos:
Negación: '$\neg$P', '—P'.
Conjunción: 'P1 ^ P2'.
Disyunción excluyente: 'P1 $\neq$ P2'
Condicional: 'P1 $\rightarrow$ P2'
Bicondicional: 'P1 $\leftrightarrow$ P2'.

4. JERARQUIA DE OPERACIONES Y SIGNOS DE AGRUPACION

Es necesario establecer una jerarquía en las operaciones para poder aplicarlas y simbolizarlas con precisión, así como un sistema de signos de agrupación que permita significar con otra jerarquía distinta.

Así, por ejemplo, tres proposiciones con dos nexos comunes pueden tener dos sentidos distintos:

(1) La figura equilátera tiene sus lados iguales y si es rectangular es cuadrada.

En la proposición anterior se afirma categóricamente que 'la figura equilátera tiene sus lados iguales' y se establece el condicional 'si la figura equilátera es rectangular entonces es cuadrada.'

P1 por 'la figura equilátera tiene sus lados iguales'
P2 por 'la figura equilátera es rectangular'
P3 por 'la figura equilátera es cuadrada',

su esquema sin signos de agrupación sería:

$$P1 \bullet P2 \supset P3$$

En cambio, la afirmación:

(2) Si me saco el premio y me voy de viaje entonces te compro un regalo,

es un condicional en donde no se dice nada categóricamente y si simbolizamos:

P1 por 'me saco el premio'
P2 por 'me voy de viaje'
P3 por 'te compro un regalo',

también presenta la forma:

$$P1 \bullet P2 \supset P3$$

Viendo ambas simbolizaciones nos encontramos con dos afirmaciones distintas representadas de la misma manera. Esto podría ser motivo de muchas confusiones y de malas interpretaciones, ya que o bien se podría entender que la afirmación (1) es un condicional donde 'la figura equilátera tiene sus lados iguales' es parte del antecedente del condicional y por ende algo hipotético y no categórico; o bien que 'me saco el premio' es una afirmación categórica y no parte del antecedente del condicional, como de hecho lo es.

Para evitar estas confusiones hay que considerar la agrupación para determinar la operación principal de lo que se quiere simbolizar. Así, el ejemplo (1) se trata de una conjunción, en la que el primer elemento es la proposición categórica y el segundo elemento es el condicional. Mientras que el ejemplo (2) es un condicional en el que el antecedente es una conjunción y el consecuente laproposición 'te compro un regalo'. Dándoles esa jerarquía quedarían simbolizados del siguiente modo:

primer elemento segundo elemento

(1) $P1 \bullet (P2 \supset P3)$

primer elemento segundo elemento

(2) $P1 \bullet P2 \supset P3$

La jerarquía comúnmente manejada —conocida como jerarquía natural y usada también en computación— sigue las siguientes reglas:

1. Es más importante lo que está fuera de los signos de agrupación que lo que está dentro.

2. La jerarquía de operaciones es:

de mayor importancia	$\equiv$
	$\supset$
	§
	v
a menor importancia	$\bullet$

3. La jerarquía de signos de agrupación —que sirve para cambiar la jerarquía natural de las operaciones— es:

de mayor importancia	{ }
	[ ]
a menor importancia	( )

Pongamos unos ejemplos:

(3) $P1 \bullet P2 \vee P3 \supset P4$

A B C

Dado que este ejemplo no tiene signos de agrupación, se toma en cuenta la jerarquía natural de operaciones, con lo cual resulta que la operación principal es el condicional (C). Este tiene como antecedente una disyunción incluyente (B), que a su vez tiene como primer elemento una conjunción (A).

(4) P1 • [P2 v (P3 ⊃ P4)]

A B C

En este ejemplo, aunque se cuenta con las mismas proposiciones y con las mismas operaciones, los signos de agrupación cambian la jerarquía. Se trata de una conjunción (A) en la que el segundo elemento es una disyunción incluyente (B) entre corchetes [ ]. El primer elemento de la disyunción es P2 y el segundo es el condicional (C) entre paréntesis ().

(5) { [(P1 ⊃ P3) • (P2 v P1) ⊃ P4] ⊃ [P2 § P4] } v P7

A B C D E F G

Lo anterior nos muestra una disyunción incluyente (G) —operación principal de todo en conjunto— en la que el primer elemento es todo lo que se encuentra dentro de las llaves { } y el segundo elemento es P7. A su vez, el primer elemento de dicha disyunción es un condicional (E) en el que el antecedente es otro condicional (D) entre corchetes [ ] y el consecuente una exclusión (F). El antecedente del condicional (D) es una conjunción (B) que tiene como primer elemento un condicional (A) y como segundo elemento una disyunción incluyente (C).

5. TABLAS DE VERDAD

Ludwig Wittgenstein desarrolló esta forma tabular de ordenar los valores veritativos, en la que intervienen la bivalencia de las proposiciones y sus posibles relaciones con las demás; el objeto de las tablas de verdad es el de resolver, según el valor de cada operación, toda una operación en conjunto, llamada comúnmente esquema.

Tomemos el siguiente ejemplo demostrativo de la validez lógica de una inferencia.

(1) Si tu mascota es gato, entonces es mamífero. Pero no es mamífero; entonces no es gato.

Que al simbolizar quedaría:

P1 por 'tu mascota es gato'

P2 por 'tu mascota es mamífero'

$$(P1 \supset P2) \bullet \sim P2 \supset \sim P1$$

Su tabla de verdad es:

P1	P2	(P1	⊃	P2)	•	~ P2	⊃	~ P1
V	V	V	V	V	F	F	V	F
V	F	V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V	V

Veamos de nuevo la misma tabla de verdad con algunas referencias:

					5			
	1		3				4	
	2							
P1	P2	(P1	⊃	P2)	•	~ P2	⊃	~ P1
V	V	V	V	V	F	F	V	F
V	F	V	F	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F	F	V	V
F	F	F	V	F	V	V	V	V
			6		7		∇	
							8	

a) Las columnas marcadas con (1) representan las proposiciones a relacionar con sus combinaciones veritativas; el modo de obtener las combinaciones está dado por la siguiente fórmula – derivación del teorema del binomio de Newton –:

$$L = 2^{p}$$

El número de posibles combinaciones (L) – líneas horizontales – es igual a 2 – bivalencia veritativa – elevado al número de proposiciones distintas (^{p}). Para dejar puestas, de modo claro, todas las posibles combinaciones puede procederse del siguiente modo: comenzando de izquierda a derecha, poner en la primera mitad con valores V y la segunda con valores F, en la columna que sigue se pone 1/4 con valor de V, 1/4 con valor de F; y así sucesivamente aumentando la proporción a 1/8, 1/16, etc.

P1	P2	P3
V	V	V
V	V	F
V	F	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F
F	F	V
F	F	F

Así, si se tienen tres proposiciones entonces:

$L = 2^3$

de donde resulta que el número de líneas (L) es igual a 8. En la primera columna, la mitad de los valores (4) es V y la otra es F. En la segunda columna, 1/4 (2) tiene valor V y 1/4 F; y en la la tercera columna 1/8 (1) son de valor V y 1/8 son F.

P1	P2	P3	P4
V	V	V	V
V	V	V	F
V	V	F	V
V	V	F	F
V	F	V	V
V	F	V	F
V	F	F	V
V	F	F	F
F	V	V	V
F	V	V	F
F	V	F	V
F	V	F	F
F	F	V	V
F	F	V	F
F	F	F	V
F	F	F	F

Si se tratara de 4 combinaciones serían de este modo

$L = 2^4$

b) El espacio en blanco marcado con (2) indica la separación entre las proposiciones a relacionar (1) y la operación o esquema que quiere resolverse. En este caso:

$$(P1 \supset P2) \bullet \sim P2 \supset \sim P1$$

c) En las columnas marcadas con (3) se trasponen los valores respectivos de (1).

d) En las columnas marcadas con (4), por ser proposiciones negativas, se trasponen negativamente de (1).

e) En las columnas marcadas con (5) se han resuelto propiamente las tablas de verdad, atendiendo al valor veritativo de cada operación y a su jerarquía, en este caso la operación principal marcada con '∇' y (8) manifiesta el resultado formal final. Para resolver estas operaciones (5) se procede de menor jerarquía a mayor. En este ejemplo primero se resuelve (6) con P1 y P2. En segundo lugar (7) con el resultado de (6) y ~ P2 y por último (8) con el resultado de (7) y ~ P1. Dando por resultado que la inferencia del esquema es correcto; esto es, que independientemente del valor de la materialidad de las dos proposiciones formalmente puede deducirse ~ P1 a partir de (P1 ⊃ P2) • ~ P2.

Pongamos un ejemplo con tres proposiciones: (1) Si la guerra comienza se cierran las fronteras; si se cierran las fronteras los ingresos turísticos disminuyen; por lo tanto, si la guerra comienza los ingresos turísticos disminuyen.P1 por 'la guerra comienza'P2 por 'las fronteras se cierran'P3 por 'los ingresos turísticos disminuyen'Su esquema lógico es:

$$(P1 \supset P2) \bullet (P2 \supset P3) \supset (P1 \supset P3)$$

Su tabla de verdad es:

P1	P2	P3	(P1	⊃	P2)	•	(P2	⊃	P3)	⊃	(P1	⊃	P3)
V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	V	F	V	V	V	F	V	F	F	V	V	F	F
V	F	V	V	F	F	F	F	V	V	V	V	V	V
V	F	F	V	F	F	F	F	V	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	V	V	V	V	V	F	V	V
F	V	F	F	V	V	F	V	F	F	V	F	V	F
F	F	V	F	V	F	V	F	V	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F	V	F	V	F	V	F	V	F
										∇			

Ahora veamos la tabla de verdad de una inferencia claramente incorrecta.

(3) Si tu mascota es gato, entoces es mamífero. Y es mamífero, luego entonces es gato. Donde: P1 por 'tu mascota es gato' P2 por 'tu mascota es mamífero' Su esquema es:

$$(P1 \supset P2) \bullet P2 \supset P1$$

Y su tabla de verdad:

P1	P2	(P1 ⊃	P2)	•	P2	⊃	P1
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	V	V	F	F
F	F	F	V	F	F	F	V	F
							∇	

Es claro que el ser gato no se sigue de ser mamífero, como lo manifiesta la línea 3 del condicional principal en donde 'la mascota no es gato' (P1) es F y 'la mascota es mamífero' (P2) es V.

Finalmente pongamos un ejemplo que de entrada muestra ser contradictorio.(4) Hablamos calmadamente si y sólo si no hablamos calmadamente.Donde: P1 por 'hablamos calmadamente'. Con el esquema:

$$P1 \equiv \sim P1$$

Y la tabla de verdad:

P1	P1	≡	~ P1
V	V	F	F
F	F	F	V
		∇	

6. EL RESULTADO DE UNA OPERACION LOGICA

Conociendo ya las tablas de verdad es útil conocer los distintos nombres que tienen los resultados dependiendo de los valores veritativos que lo constituyan.

1. Una operación es **correcta** cuando todos sus posibles valores son verdaderos. Tal es el caso en los ejemplos anteriores de (1) y (2).

2. Una operación es **incorrecta** cuando hay por lo menos un valor de falso, como (3) y (4).

3. Una operación es **consistente** cuando hay por lo menos un valor de verdad: (1), (2) y (3).

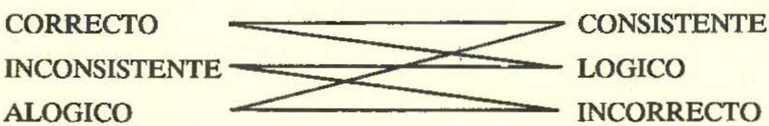
4. Una operación es **inconsistente** cuando todos sus posibles valores son falsos: (4).

5. Una operación es **lógica** cuando todos sus posibles valores son verdaderos o todos falsos: (1), (2) y (4)

6. Una operación es **alógica** cuando hay valores verdaderos y falsos: (3).

De ahí que las operaciones de (1) y (2) son correctas, consistentes y lógicas. La de (3) es incorrecta, consistente y alógica. Y la de (4) es incorrecta, inconsistente y lógica.

La relación existente entre estos resultados puede verse gráficamente en el siguiente cuadro.



7. EJERCICIOS

Analizar por tablas de verdad los siguientes esquemas:

1. P1 v ~ P1
2. P1 • ~ P2 ⊃ P2
3. P1 • P2 ⊃ P2
4. (P1 ⊃ P2) • ~ P1 ⊃ P2
5. (P1 ⊃ P2) • ~ P2 ⊃ ~ P1
6. (P1 ≡ P2) v (~ P1 § P2)
7. (P1 ⊃ P2) • (P2 ⊃ P3) ⊃ (P1 ⊃ P3)
8. (P1 • P2) v (~ P2 § P3) ⊃ (P1 ≡ ~ P3)
9. ~ (~ P1) ≡ P1
10. ~ (P1 § P2) ⊃ (~ P1 • ~ P2)

8. LAS LEYES LOGICAS

A lo largo de este libro hemos estudiado distintas leyes lógicas; llega el momento de hablar con más detenimiento de ellas.Una ley lógica es un enunciado en el que supuestas una o más proposiciones se infiere necesariamente otra proposición sólo por el hecho de haber sido aquellas sentadas.[5] La

5 Cfr. Aristóteles: **Primeros Analíticos.** I, secc. 1, cap. 1, 8.

expresión de una ley lógica consiste en definir de la manera más sencilla –simbólicamente en la lógica moderna– las inferencias que pueden ser aplicadas a cualquier materia, esto es, que tienen un carácter formal. Pongamos un ejemplo:

El **principio de no contradicción**, que es la ley donde se fundamenta toda estructura lógica bivalente, podemos formalizarlo del siguiente modo:

"Si se afirma una proposición y también se niega se incurre en una contradicción, de tal suerte que esa conjunción de proposiciones es falsa."

Así, al decir:

(1) Todos los periódicos publicaron el resultado y no todos los periódicos publicaron el resultado,

me estoy contradiciendo, de donde puedo concluir que:

(2) Es falso que: todos los periódicos publicaron el resultado y no todos los periódicos publicaron el resultado.

O dicho de otro modo:

(3) Decir que todos los periódicos publicaron la noticia y que no todos los periódicos publicaron la noticia es una contradicción.

El principio de no contradicción se expresa, por tanto, de estos dos modos:

$$(2) \sim (P \bullet \sim P)$$

$$(3)\ P \bullet \sim P \equiv F$$

Donde P es una proposición cualquiera, y se lee de la siguiente forma:

(2) Es falso afirmar una proposición y negarla.

(3) Afirmar una proposición y negarla se mutuo implican con la falsedad.

La lógica moderna utiliza algunas iniciales o símbolos para nombrar las leyes y poder referirse a ellas. Para referirnos al principio de no contradicción se utilizará **PNC**. Al usar el **principio de no contradicción** hay que fijarse en el sentido de la ley y no la igualdad con su enunciado. Eso lo podemos ver en el siguiente esquema:

$$(4) \sim [(P1 \supset P2) \bullet \sim (P1 \supset P2)]$$

Donde,

(P1 ⊃ P2) es contradictorio a ~ (P1 ⊃ P2).

Al aplicar la negación de todo el esquema no se está haciendo otra cosa que aplicar la ley en su forma:

~ (P • ~ P)

En donde la P del enunciado de la ley equivale a 'P1 ⊃ P2' y ~ P equivale a '~ (P1 ⊃ P2)'. Si estos dos esquemas se resuelven por tablas de verdad nos arrojarán el mismo resultado.

P	~	(P	•	~ P)
V	V	V	F	F
F	V	F	F	V
	∇			

En el otro esquema:

P1	P2	~	[(P1	⊃	P2)	•	~	(P1	⊃	P2)]
V	V	V	V	V	V	F	F	V	V	V
V	F	V	V	F	F	F	V	V	F	F
F	V	V	F	V	V	F	F	F	V	V
F	F	V	F	V	F	F	F	F	V	F
		∇								

2. Como se puede ver en ambas tablas de verdad los esquemas son correctos, lo cual demuestra que se trata de una ley.

Lo mismo podría hacerse con otros principios como el principio de tercero excluído. El principio de tercero excluído puede enunciarse diciendo que un juicio o es verdadero o es falso. Es decir:

(P § ~ P) o,
~ (P § P)

Para referirnos al principio de tercero excluído se utilizará **PTE**.

Las leyes pueden referirse a las propiedades que tienen algunos nexos; tal es el caso, por ejemplo, de la idempotencia. La idempotencia es una equivalencia, esto es, dos o más proposiciones iguales unidas por un nexo equivalen a solamente una.

La conjunción es idempotente, ya que:

P1 • P1 ≡ P1

Esto se puede demostrar en la tabla de verdad:

P1	P1	•	P1	≡	P1
V	V	V	V	V	V
F	F	F	F	V	F
				∇	

Los únicos nexos que son idempotentes son la conjunción y la disyunción incluyente. Para referirnos a la idempotencia de la conjunción se utilizará **IC** y para referirnos a la idempotencia de la disyunción se utilizará **ID**. Por tablas de verdad puede demostrarse que los otros nexos no son idempotentes, por ejemplo el condicional.

P1	P1	⊃	P1	≡	P1
V	V	V	V	V	V
F	F	V	F	F	F
				∇	

Algunos nexos tienen la propiedad conmutativa. Esto significa que no importa el orden en que se coloquen las proposiciones que se unen por nexos que tengan esta propiedad. La conjunción, la disyunción incluyente, la disyunción excluyente y el bicondicional son conmutativos, ya que:

P1 • P2 ≡ P2 • P1
P1 v P2 ≡ P2 v P1
P1 § P2 ≡ P2 § P1
(P1 ≡ P2) ≡ (P2 ≡ P1)

Demostremos por tablas de verdad que la exclusión es conmutativa.

P1	P2	P1	§	P2	≡	P2	§	P1
V	V	V	F	V	V	V	F	V
V	F	V	V	F	V	F	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	F
F	F	F	F	F	V	F	F	F
					∇			

Para referirnos a la conmutabilidad de la conjunción, de la disyunción, de la exclusión y del bicondicional utilizaremos **CMC, CMD, CME** y **CMB** respectivamente. El condicional es el único nexo que no es conmutativo. Por ejemplo,

(5) Si el vehículo es un automóvil entonces el vehículo tiene motor,

no es lo mismo que,

(6) Si el vehículo tiene motor entonces el vehículo es un automóvil.

Esto se demuestra con la tabla de verdad:

P1	P2	P1	⊃	P2	≡	P2	⊃	P1
V	V	V	V	V	V	V	V	V
V	F	V	F	F	F	F	V	V
F	V	F	V	V	F	V	F	F
F	F	F	V	F	V	F	V	F
					V			

9. LEYES FUNDAMENTALES DE LOS NEXOS

Dentro de las leyes lógicas existen algunas que se desprenden directamente del significado de cada nexo.

a) Conjunción

Como ya lo hemos visto en otros apartados la conjunción de P1 y P2 significa que P1 se da y P2 se da. De ahí que se puedan afirmar categóricamente cada una de las proposiciones que intervienen en la conjunción, ya sea por separado o en conjunción.

P1 • P2 ⊃ P1 Dada la conjunción de P1 y P2 se tiene categóricamente P1.

P1 • P2 ⊃ P2 Dada la conjunción de P1 y P2 se tiene categóricamente P2.

P1 • P2 ⊃ P1 • P2 Dada la conjunción de P1 y P2 se tiene categóricamente P1 y se tiene categóricamente P2.

Esta ley se llama Elementos de Conjunción (EC) y con ella se significa que dada una conjunción es válido separar sus elementos o proposiciones, ya que una conjunción es precisamente tener los elementos.

Partiendo de lo anterior, se sigue otra ley fundamental de la conjunción, a saber: es válido unir proposiciones aisladas en conjunción. Esto es si se da P1 por un lado y se da P2 por otro entonces se da también la conjunción de P1 y P2.

P1 / P2 ⊃ P1 • P2

La diagonal significa que las proposiciones estaban afirmadas separadamente. Esta ley se llama Conjunción de Elementos (CE).

b) Exclusión

La exclusión de P1 y P2 significa que o bien se da P1 o bien se da P2, pero por tratarse de una exclusión no es posible que se dé P1 y se dé P2, así como tampoco es posible que no se dé ni P1 ni P2. Simbolizando esto nos queda:

P1 § P2 ≡ (P1 • ~ P2) § (~ P1 • P2) • ~ (P1 • P2) • ~ (~ P1 • ~ P2)

Si nos quedamos únicamente con lo que sí es posible en una exclusión tenemos:

(P1 • ~ P2) § (~ P1 • P2)

De esto podemos inferir que cuando se da P1 no se da P2 y cuando no se da P1 se da P2. Es decir, dada una exclusión dándose un elemento no se da el otro y viceversa. Esta ley se llama Exclusión Excluyente (EE).

(P1 § P2) • P1 ⊃ ~ P2
(P1 § P2) • ~ P1 ⊃ P2

c) Disyunción incluyente

La disyunción que hay entre P1 y P2 significa que se da P1 o se da P2 o se dan ambas, es decir, tiene que darse al menos una siendo imposible, por tanto, que ninguna de las dos se dé. Esto es:

(P1 v P2) ≡ (P1 • ~ P2) § (~ P1 • P2) § (P1 • P2) • ~ (~ P1 • ~ P2)

Por tanto, las posibilidades de una disyunción incluyente son:

(P1 • ~ P2) § (~ P1 • P2) § (P1 • P2)

De aquí se infiere que:

Si no se da P1, necesariamente se da P2. Si no se da P2, necesariamente se da P1. Si se da P1, no se sabe si se da o no P2 pues cabe cualquiera de las dos posibilidades. Si se da P2, tampoco se sabe si se da o no P1.

Esta ley se llama Exclusión Disyuntiva (ED) y se enuncia de la siguiente manera: dada una disyunción si no se da uno de sus elementos, entonces el otro sí se da, pero no viceversa.

$$(P1 \vee P2) \bullet \sim P1 \supset P2$$

d) Condicional

En un condicional se dan las siguientes posibilidades:

$$(P1 \supset P2) \ \S \ (\sim P1 \supset P2) \ \S \ (\sim P1 \supset \sim P2) \bullet \sim (P1 \supset \sim P2)$$

De ahí que, siempre que se dé el antecedente, se dará también el consecuente (primer paréntesis). Si el antecedente no se da, el consecuente puede o no darse (segundo y tercer paréntesis). Si el consecuente se da, el antecedente puede darse o no (primer y segundo paréntesis). Si el consecuente no se da, el antecedente necesariamente no se da (tercer paréntesis).

Son dos las leyes fundamentales del condicional:

Modus Ponendo Ponens (MPP): Dado un condicional, si se se da el antecedente, también se da el consecuente.

Modus Tollendo Tollens (MTT): Dado un condicional, si no se da el consecuente, tampoco se da el antecedente.

e) Bicondicional

El bicondicional de P1 y P2 significa que o bien se da P1 y también se da P2 o que no se da P1 y tampoco se da P2, no siendo posible que una de las proposiciones se dé y la otra no.

$$(P1 \equiv P2) \equiv (P1 \bullet P2) \ \S \ (\sim P1 \bullet \sim P2) \bullet \sim (P1 \bullet \sim P2) \bullet \sim (\sim P1 \bullet P2)$$

Siendo las únicas posibilidades de un bicondicional:

$$(P1 \bullet P2) \ \S \ (\sim P1 \bullet \sim P2)$$

Se infiere que si se da uno de los elementos entonces se da el otro, y viceversa.

$$(P1 \equiv P2) \bullet P1 \supset P2$$

Esta ley se llama Modus Ponendo del Bicondicional (MPB) y se enuncia de la siguiente manera: Dado un bicondicional, si se da uno de sus elementos entonces se da el otro.

$$(P1 \equiv P2) \bullet \sim P1 \supset \sim P2$$

Esta ley se llama Modus Tollendo del Bicondicional (MTB) y se enuncia de la siguiente manera: dado un bicondicional, si no se da uno de sus elementos, entonces no se da el otro.

f. Equivalencia de la negación de los nexos

La negación de un nexo significa que es falso, o que no se da, el nexo correspondiente; así el esquema $\sim (P1 \bullet P2)$ significa que no se da la conjunción entre P1 y P2. Esto equivale a decir que alguno –o los dos– no se dan, esto es: $\sim P1 \vee \sim P2$. Esta equivalencia nos da la ley de la Eliminación de la Negación de una Conjunción (ENC). Su esquema es:

$$\sim (P1 \bullet P2) \equiv \sim P1 \vee \sim P2$$

Una disyunción incluyente es verdadera, cuando uno de sus elementos se da; una disyunción falsa –negada– es aquella en la que ninguno de sus elementos se da. Esta es la ley de Eliminación de la Negación de una Disyunción (END). Su esquema es:

$$\sim (P1 \vee P2) \equiv \sim P1 \bullet \sim P2$$

Una exclusión es verdadera cuando dándose un elemento, el otro no se da. Negar una exclusión equivale a que dándose uno el otro se dé. Esta ley se llama Eliminación de la Negación de una Exclusión (ENE). Su esquema es:

$$\sim (P1 \S P2) \equiv (P1 \equiv P2)$$

Un condicional es falso –se niega– cuando dándose el antecedente no se da el consecuente. Esta ley se llama Eliminación de la Negación de un Condicional (ENCL). Su esquema es:

$$\sim (P1 \supset P2) \equiv P1 \bullet \sim P2$$

Un bicondicional es verdadero cuando dándose un elemento, el otro también se da, por lo que es falso –negado– cuando dándose un elemento el otro no se da. Esta ley se llama Eliminación de la Negación de un Bicondicional (ENB). Su esquema es:

$$\sim (P1 \equiv P2) \equiv P1 \S P2$$

El siguiente cuadro resume las leyes fundamentales de los nexos:

LEY	NOMBRE	SIMBOLO
$(P1 \bullet P2) \supset P1/P2$	Elementos de Conjunción	EC
$P1/P2 \supset (P1 \bullet P2)$	Conjunción de Elementos	CE
$(P1 \S P2) \bullet P1 \supset \sim P2$ $(P1 \S P2) \bullet \sim P1 \supset P2$	Exclusión Excluyente	EE
$(P1 v P2) \bullet \sim P1 \supset P2$	Exclusión Disyuntiva	ED
$(P1 \supset P2) \bullet P1 \supset P2$	Modus Ponendo Ponens	MPP
$(P1 \supset P2) \bullet \sim P2 \supset \sim P1$	Modus Tollendo Tollens	MTT
$(P1 \equiv P2) \bullet P1 \supset P2$	Modus Ponendo del Bicondicional	MPB
$(P1 \equiv P2) \bullet \sim P1 \supset \sim P2$	Modus Tollendo del Bicondicional	MTB
$\sim (P1 \bullet P2) \equiv (\sim P1 v \sim P2)$	Eliminación de la Negación de una Conjunción	ENC
$\sim (P1 v P2) \equiv (\sim P1 \bullet \sim P2)$	Eliminación de la Negación de una Disyunción	END
$\sim (P1 \S P2) \equiv (P1 \equiv P2)$	Eliminación de la Negación de una Exclusión	ENE
$\sim (P1 \supset P2) \equiv (P1 \bullet \sim P2)$	Eliminación de la Negación de un Condicional	ENCL
$\sim (P1 \equiv P2) \equiv (P1 \S P2)$	Eliminación de la Negación de un Bicondicional	ENB

10. ANALISIS VERITATIVO FUNCIONAL

Otro modo de analizar un esquema lógico, basado en las posibles combinaciones de bivalencia de las proposiciones y en los nexos lógicos –como lo hacen las tablas de verdad– consiste en la suposición paulatina de verdad y de falsedad de cada proposición, hasta obtener la verdad o falsedad formal del esquema, gracias a unas leyes basadas en las tablas de verdad de cada uno de los nexos. Este método, que resulta innecesario al tener las tablas de verdad, es muy útil para la mejor comprensión y aplicación de los nexos lógicos, al hacer una disección de éstos.

a) Las leyes

Este procedimiento puede explicarse poniendo un primer caso, de la siguiente manera:

1. Si la tabla de verdad de la conjunción es que sólo hay verdad cuando las proposiciones que intervienen son verdaderas:

P1	•	P2
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	F	F

2. Si supongo que P1 es verdadera –dos primeras suposiciones de la tabla de verdad– el resultado dependerá del valor de P2: si P2 es verdadero el valor de la conjunción será verdadero; en cambio, si P2 es falsa el valor de la conjunción será falso.

3. Si supongo que P1 es falso –dos últimas suposiciones de la tabla de verdad– el resultado será falso, independientemente del valor que tenga P2; ya que en conjunción basta que se dé una falsedad, en este caso P1, para que la operación sea falsa.

4. Simbolizando lo anterior tenemos:
T por 'verdad' (Truth en inglés)
F por 'falsedad' (False en inglés)

$$T \bullet P \equiv P$$

(verdad en conjunción depende del valor de la otra proposición)

$$F \bullet P \equiv F$$

(falso en conjunción es falso el nexo)

En realidad, la explicación de estas leyes, como se ha visto, se reduce a la de las tablas de verdad. Veamos de una manera más simple las restantes leyes.

Negación

La combinación de esta operación sólo puede ser la de negar verdad, o negar una falsedad.

Negación de una verdad será siempre falsa: $\sim T \equiv F$

Negación de una falsedad será verdadera: $\sim F \equiv T$

Disyunción

Verdad en disyunción. A partir de la definición de la operación disyuntiva, se infiere directamente —en este caso— la verdad de la operación

$$T \vee P \equiv T$$

Falso en disyunción. A diferencia de la anterior, no podemos definir con una constante el valor veritativo, ya que dependerá de la verdad o falsedad del otro término

$$F \vee P \equiv P$$

Exclusión

P1	§	P2
V	F	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

Verdad en exclusión. Como lo muestra la tabla de verdad, la exclusión requiere que las dos proposiciones relacionadas difieran en su valor veritativo —líneas 2 y 3—. Por ello, cuando una proposición se excluye con una verdad, el resultado será el valor inverso a la proposición; si ésta es verdadera —línea 1— será falso y si ésta es falsa —línea 2— será verdadera.

$$T \,\S\, P \equiv \sim P$$

Falso en exclusión. Por el mismo motivo, si una proposición se excluye con una falsedad, el resultado será el valor de la proposición; si ésta es verdadera —línea 3— el resultado es verdad, y si ésta es falsa —línea 4— el resultado es falso.

$$F \,\S\, P \equiv P$$

Condicional

Al no tener esta operación la propiedad conmutativa, habrá que considerar si la variable es antecedente o consecuente, resultando así cuatro posibles casos:

Verdadero en antecedente. Como no es posible que un condicional tenga un antecedente verdadero y un consecuente falso el resultado coincidirá con el valor de la otra proposición; cuando la otra es falsa el condicional será falso y viceversa.

$$T \supset P \equiv P$$

Verdadero en consecuente. Como se estudió al hablar de este nexo, siendo la verdad consecutiva la razón del condicional, tendremos siempre en este caso verdad

$$P \supset T \equiv T$$

Falso en antecedente. Por el motivo inverso al anterior, cualquiera que sea el valor del consecuente el resultado de la operación será verdadero

$$F \supset P \equiv T$$

Falso en consecuente. Inversamente a verdadero en antecedente el resultado será de valor contrario a la proposición que esté de antecedente

$$P \supset F \equiv \sim P$$

Bicondicional

Como esta operación es justamente lo opuesto a la exclusión su resultado será también inverso.

Verdadero en bicondicional. Dependerá en el mismo sentido de la proposición

$$(P \equiv T) \equiv P$$

Falso en bicondicional dependerá en sentido inverso de la proposición $(P \equiv F) \equiv \sim P$

Ofrecemos un resumen de las 14 leyes del análisis veritativo funcional.

LEY	NOMBRE	SIMBOLO
$\sim T \equiv F$	Verdad en negación	T (~)
$\sim F \equiv T$	Falso en negación	F (~)
$T \bullet P \equiv P$	Verdad en conjunción	T (•)
$F \bullet P \equiv F$	Falso en conjunción	F (•)
$T \vee P \equiv T$	Verdad en disyunción	T (v)
$F \vee P \equiv P$	Falso en disyunción	F (v)
$T \S P \equiv \sim P$	Verdadero en exclusión	T (§)
$F \S P \equiv P$	Falso en exclusión	F (§)
$T \supset P \equiv P$	Verdadero en antecedente de condicional	T (⊃)
$F \supset P \equiv T$	Falso en antecedente de condicional	F (⊃)
$P \supset T \equiv T$	Verdadero en consecuente de condicional	(⊃) T
$P \supset F \equiv \sim P$	Falso en consecuente de condicional	(⊃) F
$(P \equiv T) \equiv P$	Verdadero en bicondicional	T (≡)
$(P \equiv F) \equiv \sim P$	Falso en bicondicional	F (≡)

Estos serán los símbolos que usaremos para referirnos a cada una de las leyes.

Las leyes también pueden demostrarse por tablas de verdad. Por ejemplo, la ley de verdad en disyunción T (v):

P	T	v	P	≡	T
V	V	V	V	V	V
F	V	V	F	V	V

b) Explicación del método

Comencemos con un ejemplo:

(1) Si el senado romano no era corrupto, Julio César traicionó a Pompeyo; Julio César no traicionó a Pompeyo; entonces, el senado romano era corrupto.

Simbolizamos:
P1 por 'El senado romano era corrupto.'
P2 por 'Julio César traicionó a Pompeyo.'

Quedando el esquema de este modo:

$$(\sim P1 \supset P2) \bullet \sim P2 \supset P1$$

Si P1 es T

$$(F \supset P2) \bullet \sim P2 \supset T$$
$$T$$

Si P1 es F

$$(T \supset P2) \bullet \sim P2 \supset F$$
$$\sim [(T \supset P2) \bullet \sim P2]$$
$$\sim (P2 \bullet \sim P2)$$

Si P2 es T

$$\sim (T \bullet F)$$
$$\sim (F)$$
$$T$$

Si P2 es F

$$\sim (F \bullet T)$$
$$\sim (F)$$
$$T$$

Se trata, como ya se dijo, de ver las posibilidades en relación a los nexos con la bivalencia de las proposiciones.

1o. Dado un esquema inicial – en el ejemplo (1) $(\sim P1 \supset P2) \bullet \sim P2 \supset P1$ – se escoge indistintamente alguna de las proposiciones y se supone su verdad, sustituyéndola en donde aparezca tal proposición $(F \supset P2) \bullet P2 \supset T$, en este caso la primera es F por estar negada P1 en el esquema inicial.

2o. Se resuelve el esquema según las leyes del análisis veritativo funcional hasta llegar a una terminal – resultado final de T o de F – o hasta quedarse sólo con proposiciones enteras – que no se han supuesto ni verdaderas ni falsas – para volver a hacer una suposición. En el ejemplo (1) encontramos el primer caso al resolver la operación principal que tiene como consecuente una T y, de acuerdo a las leyes del análisis veritativo funcional ($\supset$) T el resultado de todo el esquema es T indistintamente de los valores de P2, o de todo el antecedente.

El segundo caso lo tenemos al suponer la F de P1, ya que al resolver, de acuerdo a las leyes del análisis veritativo, nos queda el esquema $\sim (P2 \bullet \sim P2)$; dado lo cual, será necesario suponer la T y la F de P2.

3o. Para que el análisis sea correcto es necesario:

a) que siempre que se haya supuesto en una proposición un valor se suponga también el valor contrario;

b) que al final del procedimiento, cuando ya no haya proposiciones bivalentes, las terminales resultantes sean verdaderas T; si resulta alguna falsa el esquema inicial es incorrecto.

Pongamos otro ejemplo donde el resultado final es incorrecto.

(2) (P2 § P3 ⊃ P1) v (~ P1 ≡ P2)

Si P1 es T
(P2 § P3 ⊃ T) v (F ≡ P2)
(T) v (~ P2)
T

Si P1 es F
(P2 § P3 ⊃ F) v (T ≡ P2)
~ (P2 § P3) v (P2)

Si P2 es T
~ (T § P3) v (T)
T

Si P2 es F
~ (F § P3) v (F)
~ (P3)

Si P3 es T
~ (T)
F

Si P3 es F
~ (F)
T

Si este mismo esquema se resuleve por tablas de verdad se podrá observar el mismo resultado: cuando P1 es V, sin importar las otras proposiciones, la disyunción final es V; lo mismo sucede cuando P1 es F y P2 es V; sin embargo, cuando P1 es F, P2 es F y P3 es V el resultado es F.

P1	P2	P3	(P2	§	P3	⊃	P1)	v	(~ P1	≡	P2)
V	V	V	V	F	V	V	V	V	F	F	V
V	V	F	V	V	F	V	V	V	F	F	V
V	F	V	F	V	V	V	V	V	F	V	F
V	F	F	F	F	F	V	V	V	F	V	F
F	V	V	V	F	V	V	F	V	V	V	V
F	V	F	V	V	F	F	F	V	V	V	V
F	F	V	F	V	V	F	F	F	V	F	F
F	F	F	F	F	F	V	F	V	V	F	F
								∇			

El caso (1) – (~ P1 ⊃ P2) • ~ P2 ⊃ P1 – demuestra la ley lógica – vista ya en los silogismos clásicos y en las leyes fundamentales de los nexos – del Modus Tollendo Tollens (MTT).

Usemos ahora el análisis veritativo funcional para la demostración de otra ley lógica: la ley del Modus Ponendo Ponens (**MPP**).

(3) Si Juan jugó futbol esta mañana entonces está cansado. Juan jugó futbol esta mañana. Por tanto, Juan está cansado.

Simbolizándolo tenemos:
P1 por 'Juan jugó futbol esta mañana.'
P2 por 'Juan está cansado.'

El esquema queda:

$$(P1 \supset P2) \bullet P1 \supset P2$$

La demostración de esta ley por análisis veritativo funcional es:

Si P1 es T

$$(T \supset P2) \bullet T \supset P2$$
$$P2 \bullet T \supset P2$$
$$P2 \supset P2$$

Si P2 es T

$$T \supset T$$
$$T$$

Si P2 es F

$$F \supset F$$
$$T$$

Si P1 es F

$$(F \supset P2) \bullet F \supset P2$$
$$F \supset P2$$
$$T$$

De este mismo modo se demuestra la incorrección de los conocidos **fantasmas** del MPP y del MTT.

El **fantasma del MPP** consiste en que dado un condicional si se afirma el consecuente, entonces se infiere el antecedente.[6] El fantasma del caso (3) sería:

(4) Si Juan jugó futbol esta mañana, entonces está cansado. Juan está cansado. Por lo tanto, Juan jugó futbol esta mañana.

Sin embargo, se ve que del hecho de que Juan esté cansado no se sigue necesariamente que haya jugado futbol. Su cansancio puede deberse a otras razones.

Demostremos la incorrección de esta inferencia:
P1 por 'Juan jugó futbol esta mañana.'
P2 por 'Juan está cansado.'

$$(P1 \supset P2) \bullet P2 \supset P1$$

6 El fantasma del MTT consiste en concluir la negación del consecuente a partir de la negación del antecedente. El esquema incorrecto es: $(P1 \supset P2) \bullet \sim P1 \supset \sim P2$.

Si P1 es T
(T ⊃ P2) • P2 ⊃ T
T

Si P1 es F
(F ⊃ P2) • P2 ⊃ F
~ [(F ⊃ P2) • P2]
~ (T • P2)
~ (P2)

Si P2 es T
~ (T)
F

Si P2 es F
~ (F)
V

11. EJERCICIOS

Demostrar la corrección o incorrección de los siguientes esquemas por análisis veritativo funcional.

1. (P1 ≡ P2) • P2 ⊃ P1
2. (P2 v P1) § (P1 • ~ P2)
3. ~ (P1 • P2) ≡ ~ P1 v ~ P2
4. ~ (P1 • P2) ≡ ~ P1 • ~ P2
5. ~ (P1 v P2) ≡ ~ P1 • ~ P2
6. ~ (~ P1 v ~ P2) ≡ P1 v P2
7. (P1 ⊃ P2) • (P2 ⊃ P3) ⊃ (P3 ⊃ P1)
8. (P1 § P2) • (P2 § P3) ⊃ (~ P3 § P1)
9. (P1 § P2) • (P2 § P3) ⊃ (P1 ⊃ P3)
10. (P1 ≡ P2) • (P2 § P3) ⊃ (P1 v ~ P3)

12. LA CONVERSION DE LAS OPERACIONES ENTRE SI

La relación que se establece entre las proposiciones y las operaciones lógicas tiene su fundamento último en las posibles relaciones verdad-falsedad y su afirmación y negación. Por esto mismo las operaciones lógicas pueden reducirse unas a otras agregando afirmaciones o negaciones para expresar lo mismo.

Esta reducción o conversión de operaciones entre sí nos ayudará a entender mejor el significado de los nexos.

Veamos cómo se pueden convertir unas operaciones en otras:

a) Conjunción

Cuando se tienen dos proposiciones unidas en conjunción lo que se quiere decir, como ya se ha visto, es que ambas proposiciones se dan.

$$P1 \bullet P2,$$

significa que se da P1 y se da P2. Esto es lo mismo que decir que es falso que: o no se dé P1 o no se dé P2 o no se den ambos; lo anterior se expresa de la siguiente manera:

$$(1)\ P1 \bullet P2 \equiv \sim(\sim P1 \lor \sim P2)$$

Por tanto, una conjunción se convierte en la negación de una disyunción incluyente con ambas proposiciones negadas.

b) Disyunción incluyente

Una disyunción incluyente significa que se da la primera proposición o se da la segunda o se dan ambas.

$$P1 \lor P2,$$

significa que se da P1 o se da P2 o se dan ambas, es decir, es falso que: no se dé P1 y no se dé P2, ya que por lo menos uno se da. Esto lo expresamos:

$$(2)\ P1 \lor P2 \equiv \sim(\sim P1 \bullet \sim P2)$$

Una disyunción incluyente se convierte en la negación de una conjunción con ambas proposiciones negadas.

c) Condicional

Como lo muestra la tabla de verdad, un condicional significa que o no se da el antecedente –líneas 3 y 4–, o se da el consecuente –líneas 1 y 3– o se dan el antecedente y el consecuente –línea 1–.

P1	$\supset$	P2
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

Un condicional se convierte en una disyunción con el antecedente negado.

$$(3)\ P1 \supset P2 \equiv \sim P1 \vee P2$$

Otro modo de expresar el condicional es diciendo que es falso que se dé P1 y no se dé P2 –línea 2–.

$$(4)\ P1 \supset P2 \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2)$$

Ya que si

$$P1 \supset P2 \equiv \sim P1 \vee P2$$

y

$$\sim P1 \vee P2 \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2)$$

entonces

$$P1 \supset P2 \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2)$$

d) Bicondicional

El bicondicional significa que o bien se dan ambas proposiciones o bien no se da ninguna de las dos. Esto es, es falso que se dé la primera proposición y no se dé la segunda y también es falso que se dé la segunda y no se dé la primera:

$$(5)\ (P1 \equiv P2) \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2) \bullet \sim (P2 \bullet \sim P1)$$

El bicondicional se convierte en la conjunción de dos conjunciones negadas, negando en una la primera proposición del bicondicional y negando en otra la segunda.

Esto se demuestra si se parte del hecho de que en un bicondicional una proposición implica la otra y viceversa,es decir:

$$(6)\ (P1 \equiv P2) \equiv (P1 \supset P2) \bullet (P2 \supset P1)$$

Si se parte de (6), de ahí se sigue que,

$$(P1 \supset P2) \bullet (P2 \supset P1) \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2) \bullet \sim (P2 \bullet \sim P1)$$

entonces

$$(P1 \equiv P2) \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2) \bullet \sim (P2 \bullet \sim P1)$$

e) Exclusión

Una exclusión es justamente lo contrario a un bicondicional, ya que dándose una proposición no se da la otra y viceversa. La exclusión es la *negación* del bicondicional.

$$(7)\ P1 \S P2 \equiv \sim (P1 \equiv P2)$$

Si una exclusión es la negación de un bicondicional y un bicondicional es lo que dice el caso 5, la exclusión convertida a conjunciones y negaciones se expresa del siguiente modo:

$$(8)\ P1 \S P2 \equiv \sim [\sim (P1 \bullet \sim P2) \bullet \sim (P2 \bullet \sim P1)]$$

Presentamos a continuación un cuadro con las principales leyes de conversión, a partir de las cuales se pueden hacer todo tipo de ellas.

LEY	NOMBRE	SIMBOLO
$P1 \bullet P2 \equiv \sim (\sim P1 \vee \sim P2)$	Reducción de la conjunción	RC
$P1 \bullet P2 \equiv \sim (P1 \supset \sim P2)$		
$P1 \vee P2 \equiv \sim (\sim P1 \bullet \sim P2)$	Reducción de la disyunción	RD
$P1 \vee P2 \equiv \sim P1 \supset P2$		
$P1 \S P2 \equiv \sim (P1 \equiv P2)$	Reducción de la exclusión	RE
$P1 \S P2 \equiv (P1 \bullet \sim P2) \vee (\sim P1 \bullet P2)$		
$P1 \supset P2 \equiv \sim (P1 \bullet \sim P2)$	Reducción del condicional	RCL
$P1 \supset P2 \equiv \sim P1 \vee P2$		
$(P1 \equiv P2) \equiv (P1 \supset P2) \bullet (P2 \supset P1)$	Reducción del bicondicional	RB
$(P1 \equiv P2) \equiv (P1 \bullet P2) \vee (\sim P1 \bullet \sim P2)$		

Demostremos una de las formas de RD por tablas de verdad.

P1	P2	(P1	v	P2)	≡	~	(~ P1	•	~ P2)
V	V	V	V	V	V	V	F	F	F
V	F	V	V	F	V	V	F	F	V
F	V	F	V	V	V	V	V	F	F
F	F	F	F	F	V	F	V	V	V
					∇				

Demostremos una de las formas de RE por análisis veritativo funcional.

$$P1 \mathbin{\S} P2 \equiv \sim (P1 \equiv P2)$$

Si P1 es T

$$T \mathbin{\S} P2 \equiv \sim (T \equiv P2)$$
$$\sim P2 \equiv \sim (P2)$$

Si P2 es T

$$F \equiv F$$
T

Si P2 es F

$$T \equiv T$$
T

Si P1 es F

$$F \mathbin{\S} P2 \equiv \sim (F \equiv P2)$$
$$P2 \equiv \sim (\sim P2)$$

Si P2 es T

$$T \equiv \sim (F)$$
T

Si P2 es F

$$F \equiv \sim (T)$$
T

Si se quisiera convertir un esquema determinado en conjunciones y negaciones se tendría que proceder del siguiente modo:

$$P1 \vee P2 \supset \sim P1$$

1o El esquema es un condicional con una disyunción incluyente como antecedente; al aplicar RD a esa disyunción el esquema inicial se expresa:

$$\sim (\sim P1 \bullet \sim P2) \supset \sim P1$$

2o Habiendo convertido el antecedente en conjunciones y negaciones hay que convertir todo el condicional, aplicando RCL, con lo que el esquema inicial se expresa:

$$\sim [\sim (\sim P1 \bullet \sim P2) \bullet P1]$$

Detengámonos en este último esquema para explicar la reducción del condicional (RCL).

$$\underset{\mathrm{I}}{\sim} [\underbrace{\sim (\sim P1 \bullet \sim P2)}_{\mathrm{III}} \underset{\mathrm{II}}{\bullet} \underset{\mathrm{IV}}{P1}]$$

Un condicional se convierte en la negación (I) de una conjunción (II) en la que se afirma el antecedente (III) y se niega el consecuente (IV).

Esta conversión puede demostrarse por tablas de verdad poniendo en un bicondicional el esquema inicial y el esquema en conjunciones y negaciones.

P1	P2	P1	v	P2	⊃	~ P1	≡	~[	~(	~P1	•	~P2)	•	P1]
V	V	V	V	V	F	F	V	F	V	F	F	F	V	V
V	F	V	V	F	F	F	V	F	V	F	F	V	V	V
F	V	F	V	V	V	V	V	V	V	V	F	F	F	F
F	F	F	F	F	V	V	V	V	F	V	V	V	F	F
							∇							

13. EJERCICIOS

Convertir los siguientes esquemas a conjunciones y negaciones, demostrando los cinco primeros por tablas de verdad y los últimos por análisis veritativo funcional.

1. $P1 \vee P2 \supset \sim P1$
2. $\sim P1 \ \S\ P2 \vee P1$
3. $P1 \supset \sim P2 \bullet (P1 \equiv P2)$
4. $P1 \vee (P2 \supset P1)$
5. $P1 \supset \sim P2 \bullet P1 \equiv P2$
6. $P1 \bullet P2 \vee (\sim P1 \supset \sim P2)$
7. $(P1 \ \S\ P2) \bullet (\sim P1 \supset P2) \bullet (\sim P1 \vee \sim P2) \supset P2$
8. $P1 \equiv P2 \vee (P3 \ \S\ P1)$
9. $\sim P1 \ \S\ P2 \supset (P3 \bullet \sim P1 \equiv P2)$
10. $\sim P1 \ \S\ P2 \supset P3 \bullet P4 \equiv P1$

14. METODO DE INFERENCIA FORMAL

En una deducción intervienen tres factores; el primero está constituido por las premisas de donde se parte; en segundo lugar está la conclusión a la que se llega; y por último la ley lógica que hace posible la inferencia. La lógica moderna tiene un procedimiento analítico que presenta de manera precisa estos factores, y recibe el nombre de Método de Inferencia Formal (MIF). Aunque la estructura de este método se debe a muchos lógicos, son de especial importancia G. Gentzen y Jaskowski, al concretar varios de sus elementos. Comencemos con un ejemplo de este método:

A. Planteamiento del problema:

Suponiendo la verdad de las premisas, demostrar que la conclusión que se ha sacado a partir de ellas –'María faltará una semana al trabajo.'– es efectivamente inferida con corrección formal.

Las premisas son las siguientes:

Si María se va de viaje, faltará una semana al trabajo. Si María se casa entonces se irá de viaje. Y efectivamente, María se va a casar.

B. Simbolización de las proposiciones:

P1 por 'María se va de viaje.'
P2 por 'María faltará una semana al trabajo.'
P3 por 'María se casará.'

C. Simbolización de las premisas y de la conclusión.

Premisas (1) P1 ⊃ P2
(2) P3 ⊃ P1
(3) P3
Conclusión P2

D. Demostración formal simbólica:

	(1) P1 ⊃ P2	S
*	(2) P3 ⊃ P1	S
	(3) P3	S
*	(4) P1	(2) (3) MPP
*	(5) P2	(1) (4) MPP
	(6) (P1 ⊃ P2) • (P3 ⊃ P1) • P3 ⊃ P2	*(7) Cd.

Q.E.D.

Veamos ahora las bases y reglas generales del MIF y analicemos de nuevo el ejemplo con la correspondiente explicación.

a) Bases del MIF

1. Numerar las líneas.

2. Anotar las posibles referencias a la derecha:

a) Si se trata de premisas se indicará con una 'S';

b) La abreviatura de la ley que hace posible la inferencia y las líneas de donde se deducen;

c) Condicionalización se indica 'Cd' en caso de suprimir un asterisco;

d) Q.E.D. (Quod Erat Demostrandum) cuando se haya llegado a lo que se quería demostrar.

3. Marcar con un asterisco (*) las premisas no evidentes y sus implicaciones.

b) Reglas del MIF

Siguiendo la estructura de un condicional: supuesto un antecedente (premisas) se infiere un consecuente (conclusión); en el MIF se puede suponer cualquier esquema proposicional con el objeto de saber qué se infiere de él, siempre y cuando esté marcado como supuesto lo supuesto y sus inferencias; o quede expresado lo supuesto y sus inferencias por medio de un condicional, para no tomar lo supuesto como algo categórico.

Con estos principios se establecen las reglas del MIF.

1. Regla de los asteriscos (*)

Hay que señalar con un asterisco cada una de las premisas supuestas que no impliquen una verdad formal así como cada una de sus inferencias.

2. Reglas de las premisas (S)

a) Puede abrirse como premisa cualquier cosa, siempre que con ella se comience una nueva columna de asteriscos y poniendo como referencia la letra 'S' que significa 'supuesto'.

b) Puede abrirse como premisa cualquier esquema formalmente correcto sin necesidad, como es obvio, de poner asteriscos y poniendo como referencia las letras 'EFV' que significan 'esquema formalmente verdadero'.

3. Regla de la condicionalización (Cd)

La condicionalización, como su nombre lo indica, es hacer un condicional que tenga como antecedente las premisas que se suponen y como consecuente la inferencia a la que se llegó.

Se puede hacer condicionalización en cualquier línea, siempre que se cumpla con lo siguiente:

a) Eliminar la última columna de asteriscos a través de un corchete.

b) Escribir un condicional que tenga como antecedente la última premisa (línea que encabeza a la última columna de asteriscos, que corresponda al asterisco eliminado), y como consecuente a la línea anterior a aquella en que se realiza la condicionalización (n).

c) Escribir a la derecha la referencia *(n−1) Cd.

Explicación del ejemplo:

Para esto volvamos a poner la demostración formal simbólica con números para identificar la parte de la demostración.

		(1) $P1 \supset P2$	
	*	(2) $P3 \supset P1$	S
4		(3) $P3$	
	*	(4) $P1$	(2) (3) MPP
	*	(5) $P2$	(1) (4) MPP
		(6) $(P1 \supset P2) \bullet (P3 \supset P1) \bullet P3 \supset P2$	*(5) Cd.
			Q.E.D.
3		1 5	2

La columna marcada con 1 contiene la enumeración de las líneas, para poderse referir a ellas.

Las columnas marcadas con 2 contienen las referencias – la justificación de cada línea – que en este caso son: de la línea (1) a (3) S – premisas –; las líneas (4) a (6) contienen como referencias las abreviaturas de las distintas leyes que hacen posible la deducción indicada en su correspondiente línea – marcada con 5 – y las distintas líneas que se relacionan con la deducción.

La columna marcada con 3 indica los asteriscos. La línea (6) aparece sin asteriscos por habérsele aplicado la regla de condicionalización. Esta línea tiene ya el resultado final que dice que de las premisas (1), (2) y (3) se deduce formalmente P2, expresado por medio de un condicional.

El corchete marcado con 4 significa que a partir de la línea (6), en el supuesto caso de que se quisiera seguir el razonamiento, no pueden utilizarse para la deducción ninguna de las líneas que comprende, esto es de la (1) a la (5).

Lo que queda dentro de este corchete está implicado en la premisa que dió origen a los asteriscos, y al dejar de utilizar una suposición no puede utilizarse lo deducido en virtud de ésta, ya que al hacer condicionalización quiero dejar de suponer.

Veamos un ejemplo más del MIF en el que se ocupen otras leyes:

A. Planteamiento del problema

Demostrar que la conclusión: 'Edith contestó a la llamada de Carlos' se sigue de la siguiente argumentación:

'O bien las líneas telefónicas fueron suspendidas a las 5 la tarde del incendio o bien Carlos pudo comunicarse con Edith. Si Carlos pudo comunicarse con Edith, entonces ésta no estuvo en el lugar del incendio. Edith estuvo en el lugar del incendio si y sólo si no contestó a la llamada de Carlos. Las líneas telefónicas no fueron suspendidas esa tarde a las 5.'

B. Simbolización de las proposiciones

P1 por 'Las líneas telefónicas fueron suspendidas a las 5 la tarde del incendio.'

P2 por 'Carlos pudo comunicarse con Edith.'

P3 por 'Edith estuvo en el lugar del incendio.'

P4 por 'Edith contestó a la llamada de Carlos.'

C. Simbolización de las premisas y conclusión.

Premisas: (P1 § P2) • (P2 ⊃ ~ P3) • (P3 ≡ ~ P4) • ~ P1
Conclusión: P4

D. Demostración formal simbólica

* (1) (P1 § P2) • (P2 ⊃ ~ P3) • (P3 ≡ ~ P4) • ~ P1	S
* (2) (P1 § P2)	(1)EC
* (3) (P2 ⊃ ~ P3)	(1)EC
* (4) (P3 ≡ ~ P4)	(1)EC
* (5) ~ P1	(1)EC
* (6) P2	(2)(5) EE
* (7) ~ P3	(3)(6) MPP
* (8) P4	(4)(7) MTB
(9) (P1§P2) • (P2 ⊃~ P3) • (P3≡~ P4) • ~ P1 ⊃ P4	*(8) Cd

Q.E.D.

15. ESTRATEGIAS LOGICAS

Los métodos de **tablas de verdad** y de **análisis veritativo funcional** presentan la característica común de ser mecánicos en la resolución de esquemas, ya que basta conocer las reglas de su funcionamiento para analizarlos. Sin embargo, es excesiva su extensión al analizar esquemas con varias proposiciones distintas.

El MIF, por el contrario, presenta ventajas en este orden práctico y también en la comprensión formal de una deducción. Sin embargo, no es un método rutinario como los otros, en donde haya un proceso claramente definido que indique el modo de llegar a la conclusión; esta característica hace que el MIF tenga un atractivo especial, pues requiere del arte de razonar, del conocimiento de las leyes y de su correcto uso, ya que la consecusión de la solución final dependerá de la habilidad que la persona tenga para manejar con todo rigor las herramientas lógicas, además de que el argumento efectivamente sea concluyente. Unas de estas herramientas, son las estrategias lógicas. Estas consisten en una serie de reglas basadas en las principales leyes, que proporcionan las directrices de los pasos a seguir para la obtención de distintas inferencias.

En los siguientes apartados, además de otras leyes lógicas, veremos estas estrategias.

a) Argumentación por la estrategia del condicional

Esta estrategia se apoya en la regla de condicionalización (Cd), y dice lo siguiente: Si se quiere obtener un esquema que tenga como operación principal un condicional:

1o Se abre como premisa provisional el antecedente;

2o Se trata de obtener el consecuente;

3o Si se logra, hay que hacer condicionalización (Cd), y ya se tiene lo que se buscaba.

Ejemplo: Demostrar la corrección del siguiente esquema.

$$(P1 \supset P2) \bullet (P2 \S P3) \bullet P3 \supset \sim P1$$

*(1) (P1 ⊃ P2) • (P2 § P3) • P3	S
*(2) P1 ⊃ P2	(1) EC
*(3) P2 § P3	(1) EC
*(4) P3	(1) EC
*(5) ~ P2	(3)(4) EE
*(6) ~ P1	(2)(5) MTT
(7) (P1 ⊃ P2) • (P2 § P3) • P3 ⊃ ~ P1	*(6) Cd

Q.E.D.

El condicional afirma que dado un antecedente se tiene el consecuente. La estrategia de este nexo sigue esta estructura, supone el antecedente –línea (1) en el ejemplo– para tratar de llegar al consecuente –línea (6)– y por condicionalización se obtiene el esquema deseado –línea (7)–. Veamos ahora un ejemplo en el que esta estrategia es utilizada dos veces.

Demostrar la ley de Transitividad del Condicional (TCL):

$$(P1 \supset P2) \bullet (P2 \supset P3) \supset (P1 \supset P3)$$

	*(1) (P1 ⊃ P2) • (P2⊃ P3)	S
	*(2) P1 ⊃ P2	(1)EC
	*(3) P2 ⊃ P3	(1)EC
*	*(4) P1	S
*	*(5) P2	(2)(4)MPP
*	*(6) P3	(3)(5)MPP
	*(7) P1 ⊃ P3	*(6) Cd
	(8) (P1 ⊃ P2) • (P2⊃ P3) ⊃ (P1⊃ P3)	*(7) Cd

Q.E.D.

Utilizando la estrategia del condicional, se supone –línea (1)– el antecedente del condicional principal. Ya que el consecuente es a su vez otro condicional, hay que suponer su antecedente P1 –línea (4)– abriendo una nueva columna de asteriscos. Al llegar al consecuente de este segundo supuesto P3 –línea (6)– se hace condicionalización y ya se tiene el consecuente del condicional principal –línea (7)–. Una vez más hay que hacer condicionalización y así queda demostrada la ley TCL.

b) Argumentación por la estrategia de los pasos regresivos

Esta estrategia es una forma lógica del aforismo “divide y vencerás”. Consiste en analizar la conclusión final a la que se desea llegar, con objeto de descubrir los pasos previos –más pequeños– que hay que dar, para así llegar con más facilidad a la conclusión final. Pongamos un ejemplo:

$$(P1 \supset \sim P2) \bullet (P2 \S P3) \bullet (P3 \equiv P4) \bullet P1 \supset P4$$

$$\begin{array}{lll}
 & {}^*(1)\ (P1 \supset \sim P2) \bullet (P2 \S P3) \bullet (P3 \equiv P4) \bullet P1 & S \\
 & {}^*(2)\ P1 \supset \sim P2 & \\
 & {}^*(3)\ P2 \S P3 & (1)EC \\
 & {}^*(4)\ P3 \equiv P4 & \\
 & {}^*(5)\ P1 & \\
 & {}^*(6)\ \sim P2 & (2)(5)MPP \\
 & {}^*(7)\ P3 & (3)(6)EE \\
 & {}^*(8)\ P4 & (4)(7)MPB \\
 & (9)\ (P1 \supset \sim P2) \bullet (P2 \S P3) \bullet (P3 \equiv P4) \bullet P1 \supset P4 & {}^*(8)Cd \\
 & & Q.E.D.
\end{array}$$

Al analizar el esquema incial $(P1 \supset \sim P2) \bullet (P2 \S P3) \bullet (P3 \equiv P4) \bullet P1 \supset P4$:

1o Se descubre que la operación principal es un condicional –con esto se sabe que se debe usar la estrategia del condicional abriendo como premisa provisional el antecedente–;

2o Para llegar al consecuente P4 es necesario obtener el otro elemento del bicondicional P3;

3o Para obtener P3 es necesario negar el otro elemento de la exclusión P2;

4o Para obtener $\sim$ P2 es necesario afirmar el antecedente P1;

5o Como se tiene P1 sabemos que podemos llegar a P4.

Demostremos ahora la ley de Dilema y Exclusión Disyuntiva (DED):

$$(P1 \vee P2) \bullet (P1 \supset P3) \bullet \sim P2 \supset P3$$

*(1) $(P1 \vee P2) \bullet (P1 \supset P3) \bullet \sim P2$	S
*(2) $P1 \vee P2$	(1)EC
*(3) $P1 \supset P3$	(1)EC
*(4) $\sim P2$	(1)EC
*(5) $P1$	(2)(4)ED
*(6) $P3$	(3)(5)MPP
(7) $(P1 \vee P2) \bullet (P1 \supset P3) \bullet \sim P2 \supset P3$	*(6)Cd

Q.E.D.

En este caso a lo que se quiere llegar es a P3. Usando la estrategia de pasos regresivos nos damos cuenta de que para obtener P3 se necesita tener P1. Y P1 sólo se da si se niega P2, que de hecho está negado. Por lo tanto es posible llegar a P3.

c) Argumentación por la estrategia del bicondicional

Como su nombre lo indica, este proceso consiste en una doble estrategia del condicional, apoyándose en la ley de reducción del bicondicional: $(P1 \equiv P2) \equiv (P1 \supset P2) \bullet (P2 \supset P1)$

Si se quiere obtener un bicondicional:

1o Se aplica la estrategia del condicional en un sentido; abriendo como premisa provisional uno de los elementos, para llegar al otro y hacer condicionalización;

2o Si se logra, se aplica la estrategia del condicional en el otro sentido;

3o Si se logra, se aplica la reducción del bicondicional (RB) y ya se tiene lo que se quería.

Ejemplo: Demostrar la ley de Contraposición del Condicional (CPCL).

$$P1 \supset P2 \equiv \sim P2 \supset \sim P1$$

	*(1) $P1 \supset P2$	S
*	*(2) $\sim P2$	S
*	*(3) $\sim P1$	(1)(2)MTT
	*(4) $\sim P2 \supset \sim P1$	*(3) Cd
	(5) $(P1 \supset P2) \supset (\sim P2 \supset \sim P1)$	*(4) Cd
	*(6) $\sim P2 \supset \sim P1$	S
*	*(7) $P1$	S
*	*(8) $P2$	(6)(7)MTT
	*(9) $P1 \supset P2$	*(8) Cd
	(10) $(\sim P2 \supset \sim P1) \supset (P1 \supset P2)$	*(9) Cd
	(11) $P1 \supset P2 \equiv \sim P2 \supset \sim P1$	(5)(10)RB

Q.E.D.

En la línea (1) se utiliza la estrategia del condicional en un sentido; como lo que se busca es otro condicional en la línea (2) se vuelve a abrir el antecedente $\sim P2$ del segundo condicional que se busca, hasta llegar en la línea (5) al primer elemento del bicondicional deseado. De la línea (6) a la (10) se hace el mismo proceso de modo inverso; y por último, al tener en las líneas (5) y (10) los dos condicionales se aplica la ley de RB, llegando a lo que se quería.

Ocupemos la estrategia del bicondicional para demostrar otra ley: Contraposición del Bicondicional (CPB).

$$(P1 \equiv P2) \equiv (\sim P2 \equiv \sim P1)$$

	*(1) $P1 \equiv P2$	S
*	*(2) $\sim P2$	S
*	*(3) $\sim P1$	(1)(2)MTB
	*(4) $\sim P2 \supset \sim P1$	*(3)Cd
*	*(5) $\sim P1$	S
*	*(6) $\sim P2$	(1)(5)MTB
	*(7) $\sim P1 \supset \sim P2$	*(6)Cd
	*(8) $\sim P2 \equiv \sim P1$	(4)(7)RB
	(9) $(P1 \equiv P2) \supset (\sim P2 \equiv \sim P1)$	*(8)Cd
	*(10) $\sim P2 \equiv \sim P1$	S
*	*(11) $P1$	S
*	*(12) $P2$	(10)(11)MTB

	*(13) P1 ⊃ P2	*(12)Cd
*	*(14) P2	S
*	*(15) P1	(10)(14)MTB
	*(16) P2 ⊃ P1	*(15)Cd
	*(17) P1 ≡ P2	(13)(16)RB
	(18) (~ P2 ≡ ~ P1) ⊃ (P1 ≡ P2)	*(17)Cd
	(19) (P1 ≡ P2) ≡ (~ P2 ≡ ~ P1)	(9)(18)RB

Q.E.D.

d) Argumentación por la estrategia de la conjunción

Esta estrategia se apoya en la ley de Conjunción de Elementos (CE), y dice lo siguiente: Si se quiere obtener una conjunción,

1o Hay que intentar obtener cada elemento de la conjunción separadamente.

2o Si se logra, hay que aplicar la ley CE a todos ellos, y ya se tiene lo que se quería.

Ejemplo. Demostrar la corrección del siguiente esquema:

(P1 v P2) • (P3 ⊃ ~ P2) • (~ P3 ≡ P4) • ~ P1 ⊃ P2 • P4

*(1) (P1 v P2) • (P3 ⊃~P2) • (~ P3 ≡ P4) • ~ P1	S
*(2) (P1 v P2)	(1)EC
*(3) (P3 ⊃ ~ P2)	
*(4) (~ P3 ≡ P4)	
*(5) ~ P1	
*(6) P2	(2)(5) ED
*(7) ~ P3	(3)(6) MTT
*(8)P4	(4)(7) MPB
*(9) P2 • P4	(6)(8) CE
(10) (P1vP2) • (P3⊃~ P2) • (~ P3≡P4) • ~ P1 ⊃ P2 • P4	*(9) Cd

Q.E.D.

Al usar esta estrategia vemos una vez más el significado de la ley CE: Si a partir de algo, (P1 v P2) • (P3 ⊃ ~ P2) • (~ P3 ≡ P4) • ~ P1, se infiere una proposición P2 –línea (6)– y también se infiere otra proposición P4

–línea (8)– es correcto decir que de ese esquema se infieren las dos proposiciones P2 • P4 –línea (9)–.

Hay algunos esquemas en los que, por el método de inferencia formal, puede demostrarse cuáles proposiciones –de las que intervienen en él– se dan y cuáles no se dan. Esto se expresa como un consecuente que consiste en la conjunción de tales proposiciones. Si suponemos el esquema:

$$\sim (P1 \vee P2) \bullet (P2 \S P3) \bullet (P4 \supset \sim P3)$$

*(1) ~ (P1 v P2) • (P2 § P3) • (P4 ⊃ ~ P3)	S
*(2) ~ (P1 v P2)	(1)EC
*(3) P2 § P3	(1)EC
*(4) P4 ⊃ ~ P3	(1)EC
*(5) ~ P1 • ~ P2	(2)END
*(6) ~ P1	(5)EC
*(7) ~ P2	(5)EC
*(8) P3	(3)(7)EE
*(9) ~ P4	(4)(8)MTT
*(10) ~ P1 • ~ P2 • P3 • ~ P4	(6)(7)(8)(9)CE
(11) ~ (P1 v P2) • (P2 § P3) • (P4 ⊃ ~ P3)⊃~P1 • ~ P2 • P3 • ~P4	*(10)Cd

Q.E.D.

Se demuestra que no se dan P1, P2 ni P4 y sí se da P3.

e) Argumentación por la estrategia de la exclusión

Esta estrategia se apoya en la ley de exclusión sea disyuntiva (ED) o excluyente (EE).

Dice lo siguiente: Si se quiere obtener un elemento aislado de una disyunción incluyente o excluyente:

1o Se intenta obtener la negación de todos los demás elementos;

2o Si se logra se aplica la ley de exclusión disyuntiva o exclusión excluyente, y ya se tiene lo deseado.

Ejemplo. Demostrar la corrección del siguiente esquema:

$$(P2 \vee P3) \bullet \sim (P1 \supset P2) \supset P3$$

*(1) (P2 v P3) • ~ (P1 ⊃ P2)	S
*(2) P2 v P3	(1)EC
*(3) ~ (P1 ⊃ P2)	(1)EC
*(4) P1 • ~ P2	(3)ENCL
*(5) ~ P2	(4)EC
*(6) P3	(2)(5)ED
(7) (P2 v P3) • ~ (P1 ⊃ P2) ⊃ P3	*(6)Cd

Q.E.D.

La disyunción presupone que por lo menos un elemento se da. Si busco tener por separado uno de los elementos – P3 – y se descubre que los otros en donde está no se dan – ~ P2 –, se seguirá necesariamente que el que se busca se da.

Demostremos con esta misma estrategia la ley de Dilema y Exclusión Excluyente (DEE):

(P1 § P2) • (P1 ⊃ P3) • ~ P2 ⊃ P3

*(1) (P1 § P2) • (P1 ⊃ P3) • ~ P2	S
*(2) P1 § P2	(1)EC
*(3) P1 ⊃ P3	(1)EC
*(4) ~ P2	(1)EC
*(5) P1	(2)(4)EE
*(6) P3	(3)(5)MPP
(7) (P1 § P2) • (P1 ⊃ P3) • ~ P2 ⊃ P3	*(6)Cd

Q.E.D.

Se trata de llegar a P3. Para ello se necesita tener P1 y P1 sólo se obtiene si se niega el otro elemento de la exclusión. Y de hecho se tiene ~ P2; por lo tanto, se llega a P3.

f) Argumentación por la estrategia del dilema

Esta estrategia se apoya en la ley del dilema, sea disyuntivo o excluyente.

La ley del Dilema Disyuntivo (DD) se enuncia: Dada una disyunción, si de cada uno de sus elementos se sigue un tercer elemento, entonces se tiene ese tercer elemento.

(P1 v P2) • (P1 ⊃ P3) • (P2 ⊃ P3) ⊃ P3

La ley del Dilema Excluyente (DE) se enuncia: Dada una exclusión, si de cada uno de sus elementos se sigue un tercer elemento, entonces se tiene ese tercer elemento.

$$(P1 \ \S \ P2) \bullet (P1 \supset P3) \bullet (P2 \supset P3) \supset P3$$

La estrategia dice lo siguiente: Si se quiere obtener algo a partir de una disyunción:

1o Se trata de obtener lo deseado a partir de cada elemento de la disyunción, separadamente, de tal modo que cada uno de estos elementos sea antecedente del consecuente común – aquello a lo que se quiere llegar – ;

2o Si se logra para todos los elementos de la disyunción, se aplica la ley del dilema con la disyunción inicial y todas las líneas donde sus elementos estén como antecedentes de la conclusión común, y ya se tiene lo que se quería.

Ejemplo. Demostrar la corrección del siguiente esquema:

$$\sim (P1 \bullet \sim P3) \bullet (P2 \supset P1) \bullet (P2 \equiv P4) \bullet (P4 \equiv \sim P3) \supset \sim P4$$

	*(1) $\sim (P1 \bullet \sim P3) \bullet (P2 \supset P1) \bullet (P2 \equiv P4) \bullet (P4 \equiv \sim P3)$	S
	*(2) $\sim (P1 \bullet \sim P3)$	(1)EC
	*(3) $P2 \supset P1$	(1)EC
	*(4) $P2 \equiv P4$	(1)EC
	*(5) $P4 \equiv \sim P3$	(1)EC
	*(6) $\sim P1 \vee P3$	(2)ENC
*	*(7) $\sim P1$	S
*	*(8) $\sim P2$	(3)(7)MTT
*	*(9) $\sim P4$	(4)(8)MTB
	*(10) $\sim P1 \supset \sim P4$	*(9)Cd
*	*(11) $P3$	S
*	*(12) $\sim P4$	(5)(11)MTB
	*(13) $P3 \supset \sim P4$	*(12)Cd
	*(14) $\sim P4$	(6)(10)(13)DD
	(15) $\sim (P1 \bullet \sim P3) \bullet (P2 \supset P1) \bullet (P2 \equiv P4) \bullet (P4 \supset \sim P3) \supset \sim P4$	*(14)Cd

Q.E.D.

En una disyunción correcta, como hemos visto, se presupone que por lo menos se da uno de sus elementos; y si todos sus elementos me conducen a algo común –líneas (10) y (13) con respecto a la disyunción de la línea (6)– necesariamente se dará el consecuente ~ P4 de la línea (14), ya que el elemento que se dé, cualquiera que sea, me conduce a él. En esta estrategia puede utilizarse también la del condicional –como en este ejemplo– para tener los esquemas condicionales –líneas (10) y (13)– que se obtuvieron abriendo como premisa provisional en un caso –línea (7)– ~ P1 y en otro caso –línea (11)– P3.

g) Argumentación por la estrategia del dilema y exclusión

Esta estrategia es una combinación de las dos anteriores, se apoya en la ley de Dilema y Exclusión Disyuntiva (DED); o en la de Dilema y Exclusión Excluyente (DEE). La estrategia consiste en que si se quiere obtener algo a partir de una disyunción:

1o Se trata de obtener lo deseado a partir de cada elemento de la disyunción separadamente, de tal modo que cada uno de estos elementos sea antecedente del consecuente común;

2o Si hubo algunos elementos de la disyunción a partir de los cuales no se logró obtener lo deseado, se intenta obtener su negación;

3o Si se logra, se aplica la ley de dilema y exclusión a la disyunción original, a todas las líneas donde sus elementos estén como antecedentes de la conclusión que se busca, y a las líneas que tienen los elementos de la disyunción negados; y ya se tiene lo que se quería.

Ejemplo. Demostrar la corrección del siguiente esquema:

$$(\sim P1 \lor P2 \lor \sim P4) \bullet (\sim P3 \ \S \sim P1) \bullet (P5 \equiv \sim P4 \bullet \sim P3) \bullet \sim (P2 \lor P5) \supset P3$$

	*(1) (~P1 v P2 v ~ P4) • (~ P3 § ~ P1) • (P5 ≡ ~ P4 • ~ P3) • ~ (P2 v P5)	S
	*(2) ~ P1 v P2 v ~ P4	(1)EC
	*(3) ~ P3 § ~ P1	(1)EC
	*(4) P5 ≡ ~ P4 • ~ P3	(1)EC
	*(5) ~ (P2 v P5)	(1)EC
	*(6) ~ P2 • ~ P5	(5)END
	*(7) ~ P2	(6)EC
	*(8) ~ P5	(6)EC
	*(9) ~ (~ P4 • ~ P3)	(4)(8)MTB
	*(10) ~ P4 ⊃ P3	(9)RCL
*	*(11) ~ P1	S
*	*(12) P3	(3)(11)EE
	*(13) ~ P1 ⊃ P3	*(12)Cd
	*(14) P3	(2)(7)(10)(13)DED
	(15) (~P1 v P2 v ~ P4) • (~ P3 § ~ P1) • (P5 ≡ ~ P4 • ~ P3) • ~ (P2 v P5) ⊃ P3	*(14)Cd
		Q.E.D.

En la línea (2) tenemos la disyunción originaria, en la línea (7) está la negación de uno de los elementos y en las líneas (10) y (13) se tienen los otros elementos como antecedentes de P3, que es lo que se busca; por último en la línea (14) se aplica la ley DED, y en la línea (15) se hace condicionalización para tener el esquema deseado.

h) Argumentación por la estrategia de reducción al absurdo

Al estudiar, en la lógica clásica, la reducción de la segunda, tercera y cuarta figura, a la primera, y en especial los modos BAROCO y BOCARDO, se utilizó la forma deductiva de la reducción al absurdo como un modo indirecto pero legítimo de concluir. Su corrección está fundamentada en el principio lógico – deductivo, en el que se afirma que si en un proceso deductivo se parte de proposiciones verdaderas y el procedimiento por el que se infiere es correcto, de acuerdo con las leyes válidas, necesariamente la conclusión tiene que ser verdadera.

La reducción al absurdo consiste en suponer la falsedad de aquello que pensamos que es la conclusión verdadera, y apoyados en las otras premisas que tenemos ya como verdaderas, utilizando un proceso correcto, llegar a alguna contradicción. Esta contradicción, en el caso de encontrarse, indicará que necesariamente la premisa supuesta es falsa, ya que, si las otras premisas son verdaderas y el proceso es correcto, no habría modo de tener una contradicción a partir de una premisa verdadera.

Conociendo ya los nexos lógicos, la explicación anterior puede comprenderse también por medio de la siguiente disyunción:

Si hay una contradicción en la deducción es: o por las premisas verdaderas que ya se tenían; o por las deducciones hechas; o por la premisa provisional. Por las premisas verdaderas que se tenían no puede ser, ya que de la verdad no puede seguirse una falsedad. Por las deducciones hechas tampoco puede ser, al ser correctas, no pueden por ellas mismas conducir a la contradicción. Por lo tanto, la contradicción se debe a la premisa provisional. Y como de la falsedad de una proposición se concluye la verdad de su negación, la negación de la premisa supuesta es verdadera.

Veamos ahora el planteamiento de la estrategia que se apoya en la ley de Reducción al Absurdo (RA):

$$(\sim P \supset F) \supset P$$

La estrategia dice que si se quiere obtener una conclusión cualquiera:

1o Se abre como premisa provisional la negación de lo que se quiere conseguir;

2o Se intenta obtener una falsedad – absurdo – ;
3o Si se logra, se hace condicionalización;
4o Se aplica la reducción al absurdo, y ya se tiene lo que se buscaba.

Esta estrategia puede utilizarse en distintos momentos de un proceso lógico; cuando se supone todo el esquema inicial como falso, será una reducción al absurdo de origen. Cuando se aplica después de haber partido de las premisas originarias, será reducción al absurdo simple.Pongamos un ejemplo de la reducción al absurdo de origen.

Demostrar la ley de Nuevo Elemento de Disyunción (NED):

$$P1 \supset P1 \vee P2$$

*(1) $\sim (P1 \supset P1 \vee P2)$	S
*(2) $P1 \bullet \sim (P1 \vee P2)$	(1)ENCL
*(3) $P1$	(2)EC
*(4) $\sim (P1 \vee P2)$	(2)EC
*(5) $\sim P1 \bullet \sim P2$	(4)END
*(6) $\sim P1$	(5)EC
*(7) F	(3)(6)PNC
(8) $\sim (P1 \supset P1 \vee P2) \supset F$	*(7)Cd
(9) $P1 \supset P1 \vee P2$	(8)RA
	Q.E.D.

Demostremos ahora la ley Conjunción Implica Condicional (CICL) por la simple reducción al absurdo.

$$P1 \bullet P2 \supset (P1 \supset P2)$$

	*(1) $P1 \bullet P2$	S
	*(2) $P1$	(1)EC
	*(3) $P2$	(1)EC
*	*(4) $\sim (P1 \supset P2)$	S
*	*(5) $P1 \bullet \sim P2$	(4)ENCL
*	*(6) $P1$	(5)EC
*	*(7) $\sim P2$	(5)EC
*	*(8) F	(3)(7)PNC
	*(9) $\sim (P1 \supset P2) \supset F$	*(8)Cd
	*(10) $P1 \supset P2$	(9)RA
	(11) $P1 \bullet P2 \supset (P1 \supset P2)$	*(10)Cd
		Q.E.D

Por último hay que aclarar que esta estrategia se basa para su corrección en la contradicción; se concluye en virtud de la falsedad que se introduce. Sin embargo, si la falsedad es anterior, el esquema puede ser correcto por esta falsedad – ya que de la falsedad se sigue cualquier cosa – y no necesariamente por el supuesto introducido. Veamos un ejemplo de este último caso:

Demostrar la corrección del siguiente esquema:

$$\sim (P1 \vee P2) \bullet (\sim P1 \supset P2) \supset P3$$

	*(1) ~ (P1 v P2) • (~ P1 ⊃ P2)	S
	*(2) ~ (P1 v P2)	(1)EC
	*(3) ~ P1 ⊃ P2	(1)EC
*	*(4) ~ P3	S
*	*(5) ~ P1 • ~ P2	(2)END
*	*(6) ~ P1	(5)EC
*	*(7) ~ P2	(5)EC
*	*(8) P1	(3)(7)MTT
*	*(9) F	(6)(8)PNC
	*(10) ~ P3 ⊃ F	*(9)Cd
	*(11) P3	(10)RA
	(12) ~ (P1 v P2) • (~ P1 ⊃ P2) ⊃ P3	*(11)Cd

Q.E.D.

Pongamos un ejemplo en el que intervienen varias estrategias.

[(P7 v P8⊃P9)⊃ ~P1] • (P2 v ~ P6) • (~ P9 • P8⊃P6) • [(P4⊃P3) v (P4vP5)⊃ (P2⊃ P1)] • (P7⊃P6)⊃ (P1≡ P2)

		*(1) [(P7vP8⊃P9)⊃~ P1] • (P2v~ P6) • (~P9 • P8⊃P6) • [(P4⊃P3) v (P4vP5) ⊃ (P2⊃P1)] • (P7⊃P6)	S
		*(2) (P7vP8⊃P9)⊃~ P1	(1)EC
		*(3) P2 v~ P6	(1)EC
		*(4) ~ P9 • P8⊃P6	(1)EC
		*(5) (P4⊃P3)v(P4vP5) ⊃ (P2⊃P1)	(1)EC
		*(6) P7⊃P6	(1)EC
	*	*(7) P1	S
	*	*(8) ~ (P7vP8⊃P9)	(2)(7)MTT
	*	*(9) (P7vP8) • ~ P9	(8)ENCL
	*	*(10) P7 v P8	(9)EC
	*	*(11) ~ P9	(9)EC
*	*	*(12) P7	S
*	*	*(13) P6	(6)(12)MPP
*	*	*(14) P2	(3)(13)ED
	*	*(15) P7 ⊃ P2	*(14)Cd
*	*	*(16) P8	S
*	*	*(17) ~ P9 • P8	(11)(16)CE
*	*	*(18) P6	(4)(17)MPP

*	*	*(19) $P2$	(3)(18)ED
	*	*(20) $P8 \supset P2$	*(19)Cd
	*	*(21) $P2$	(10)(15)(20)DD
		*(22) $P1 \supset P2$	*(21)Cd
	*	*(23) $P2$	S
*	*	*(24) $\sim P1$	S
*	*	*(25) $P2 \bullet \sim P1$	(23)(24)CE
*	*	*(26) $\sim (P2 \supset P1)$	(25)ENCL
*	*	*(27) $\sim [(P4 \supset P3) \vee (P4 \vee P5)]$	(5)(26)MTT
*	*	*(28) $\sim (P4 \supset P3) \bullet \sim (P4 \vee P5)$	(27)END
*	*	*(29) $\sim (P4 \supset P3)$	(28)EC
*	*	*(30) $\sim (P4 \vee P5)$	(28)EC
*	*	*(31) $P4 \bullet \sim P3$	(29)ENCL
*	*	*(32) $P4$	(31)EC
*	*	*(33) $\sim P4 \bullet \sim P5$	(30)END
*	*	*(34) $\sim P4$	(33)EC
*	*	*(35) F	(32)(34)PNC
	*	*(36) $\sim P1 \supset F$	*(35)Cd
	*	*(37) $P1$	(36)RA
		*(38) $P2 \supset P1$	*(37)Cd
		*(39) $P1 \equiv P2$	(22)(38)RB

(40) $[(P7 \vee P8 \supset P9) \supset \sim P1] \bullet (P2 \vee \sim P6) \bullet (\sim P9 \bullet P8 \supset P6) \bullet [(P4 \supset P3) \vee (P4 \vee P5)(P2 \supset P1)] \bullet (P7 \supset P6) \supset (P1 \equiv P2)$
*(39)Cd

Q.E.D.

Como la operación principal es un condicional, utilizamos la estrategia del condicional al abrir el antecedente en la línea (1); el consecuente es un bicondicional, por lo que se utilizará para llegar a él dos veces más la estrategia del condicional, abriendo en lalínea (7) P1 y posteriormente en la línea (23) P2, para llegar a los respectivos consecuentes en las líneas (21) y (37). Para llegar a P2 –primer consecuente de la estrategia del bicondicional– se ocupa la estrategia del dilema partiendo de la línea (10); y para lograr su obtención, como en ambos elementos de la disyunción interviene P6 –según lo que se puede observar por pasos regresivos–, se utiliza en la línea (3) la estrategia de exclusión disyuntiva. Para obtener P1 –segundo consecuente de la estrategia del bicondicional– se hace una reducción al absurdo, abriendo en la línea (24) su negación, para llegar a una contradicción en la línea (35) y por la ley RA concluir su afirmación. Una vez obtenidos los dos condicionales del bicondicional, líneas (22) y (38) se aplica RB obteniendo de este modo el consecuente final, y al hacer una última condicionalización queda en la línea (40) el esquema que se buscaba.

Demostremos ahora la ley de Distribución de la Conjunción respecto a la Disyunción (DCD)

$$P1 \bullet (P2 \vee P3) \equiv P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$$

	*(1) $P1 \bullet (P2 \vee P3)$	S
	*(2) $P1$	(1)EC
	*(3) $P2 \vee P3$	(1)EC
*	*(4) $P2$	S
*	*(5) $P1 \bullet P2$	(2)(4)CE
*	*(6) $P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	(5)NED
	*(7) $P2 \supset P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	*(6)Cd
*	*(8) $P3$	S
*	*(9) $P1 \bullet P3$	(2)(8)CE
*	*(10) $P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	(9)NED
	*(11) $P3 \supset P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	(10)Cd
	*(12) $P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	(3)(7)(11)DD
	*(13) $P1 \bullet (P2 \vee P3) \supset P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	*(12)Cd
	*(14) $P1 \bullet P2 \vee P1 \bullet P3$	S
*	*(15) $P1 \bullet P2$	S
*	*(16) $P1$	(15)EC
*	*(17) $P2$	(15)EC
*	*(18) $P2 \vee P3$	(17)NED
*	*(19) $P1 \bullet (P2 \vee P3)$	(16)(18)CE
	*(20) $P1 \bullet P2 \supset P1 \bullet (P2 \vee P3)$	*(19)Cd
*	*(21) $P1 \bullet P3$	S
*	*(22) $P1$	(21)EC
*	*(23) $P3$	(21)EC
*	*(24) $P2 \vee P3$	(23)NED
*	*(25) $P1 \bullet (P2 \vee P3)$	(22)(24)CE
	*(26) $P1 \bullet P3 \supset P1 \bullet (P2 \vee P3)$	*(25)Cd
	*(27) $P1 \bullet (P2 \vee P3)$	(14)(20)(26)DD

(28) P1 $\bullet$ P2 v P1 $\bullet$ P3 $\supset$ P1 $\bullet$ (P2 v P3)	*(27)Cd
(29) P1 $\bullet$ (P2 v P3) $\equiv$ P1 $\bullet$ P2 vP1 $\bullet$ P3	(13)(28)RB

Q.E.D.

Como puede observarse, en esta demostración intervienen las estrategias de la conjunción, del dilema, del condicional y del bicondicional.

Finalmente veamos un ejemplo con todos los pasos del MIF.

A. Planteamiento del problema

Demostrar la corrección de la siguiente argumentación basada en la novela de Dostoyevsky, **Los hermanos Karamazov**.

1. Si Dimitri tenía la ropa ensangrentada, entonces los jueces no aceptaron la defensa de Fetiukovitch.

2. Es falso que: Dimitri entrara por la puerta del jardín, o Dimitri viera a Gruchineka con su papá.

3. Si Dimitri no entró a la casa por la puerta del jardín y Dimitri tenía dinero antes del asesinato y Dimitri no tenía la ropa ensangrentada, entonces Griogori ha mentido al tribunal.

4. Si los jueces no aceptan la defensa de Fetiukovitch entonces Dimitri asesinó a su padre.

5. Si Dimitri no vio a Gruchineka con su papá entonces: Si Dimitri no tenía dinero antes del asesinato entonces asesinó a su padre.

Conclusión: Si Griogori no ha mentido al tribunal entonces Dimitri asesinó a su padre.

B. Simbolización de las proposiciones

P1 por 'Dimitri tenía la ropa ensangrentada.'
P2 por 'Los jueces aceptan la defensa de Fetiukovitch.'
P3 por 'Dimitri entró por la puerta del jardín.'
P4 por 'Dimitri vió a Gruchineka con su papá.'
P5 por 'Dimitri tenía el dinero antes del asesinato.'
P6 por 'Griogori ha mentido al tribunal.'

P7 por 'Dimitri asesinó a su papá.'

C. Simbolización de las premisas y la conclusión

(1) P1 ⊃ ~ P2
(2) ~ (P3 v P4)
(3) ~ P3 • P5 • ~ P1 ⊃ P6
(4) ~ P2 ⊃ P7
(5) ~ P4 ⊃ (~ P5 ⊃ P7)
Conclusión: ~ P6 ⊃ P7

D. Demostración formal simbólica

	(1) P1 ⊃ ~ P2	
	(2) ~ (P3 v P4)	
	*(3) ~ P3 • P5 • ~P1 ⊃ P6	S
	(4) ~ P2 ⊃ P7	
	(5) ~ P4 ⊃ (~P5 ⊃ P7)	
*	*(6) ~ P6	S
*	*(7) ~ (~ P3 • P5 • ~ P1)	(3)(6) MTT
*	*(8) P3 v ~ P5 v P1	(7) ENC
*	*(9) ~ P3 • ~ P4	(2)END
*	*(10) ~ P3	(9) EC
*	*(11) ~ P4	(9) EC
*	*(12) P1 ⊃ P7	(1)(4) TCL
*	*(13) ~ P5 ⊃ P7	(5)(11) MPP
*	*(14) P7	(8)(10)(12)(13) DED
	*(15) ~ P6 ⊃ P7	*(14) Cd

(16) (P1 ⊃ ~ P2) • ~ (P3 v P4) • (~ P3 • P5 • ~ P1 ⊃ P6) •
(~ P2 ⊃ P7) • [~P4⊃(~ P5 ⊃ ~ P7)] ⊃(~ P6 ⊃ P7) *(15) Cd

Q.E.D.

16. EJERCICIOS

I. Simbolizar y demostrar por el MIF la corrección del siguiente texto:

"El argumento que dio lugar a la conclusión de que la muerte no es el fin de la existencia humana está constituido por tres premisas que surgen de los tres capítulos del libro.

En el primer capítulo, en resumen, dice lo siguiente: que si el hombre fuera puramente material no tendría facultades superiores.

En el segundo, después de una doble demostración, afirma que si y sólo si la muerte del hombre es el fin de su existencia, entonces el hombre es puramente material.

En el tercero y último capítulo, recurriendo a pruebas de orden psicológico, afirma que el hombre tiene facultades superiores."

II. Demostrar por el MIF la corrección de los siguientes esquemas:

1. $(P1 \supset P3) \bullet (P3 \supset P2) \bullet \sim (P1 \supset P2) \supset F$
2. $(\sim P4 \supset P2) \bullet (P3 \bullet P4 \supset P1) \bullet \sim (\sim P2 \supset \sim P3) \supset P1$
3. $(P1 \S P3) \bullet (P2 \supset P1) \bullet P3 \supset \sim P2$
4. $(P1 \supset P2) \bullet \sim (P2 \vee \sim P3) \supset \sim (P3 \supset P1)$
5. $\sim [(P1 \supset P2) \vee (P3 \supset P4)] \bullet (P1 \bullet \sim P4 \supset P5) \bullet (P5 \supset P2) \supset F$
6. $(\sim P4 \supset P3) \bullet \sim \{[P1 \bullet P3] \vee [P5 \vee (P1 \supset P2)]\} \supset P1 \bullet P4$
7. $\sim [(P6 \vee P4 \supset P3) \bullet P4] \vee [\sim (P1 \bullet P2 \vee \sim P3)] \supset P3$
8. $(P1 \vee P2) \bullet (P1 \S P3) \bullet (\sim P3 \supset P4) \bullet (P2 \bullet \sim P5 \supset P4) \bullet (P5 \supset \sim P2) \supset P4$
9. $[(\sim P3 \supset P1) \supset P4] \bullet (P2 \vee P1) \bullet (\sim P5 \supset \sim P2) \bullet (P5 \equiv P3 \bullet P6) \supset P4$
10. $(P3 \S P4) \bullet (P3 \supset P2) \bullet (P2 \supset \sim P5) \supset (P5 \supset P4)$
11. $\sim (P1 \vee P2) \supset \sim P1 \equiv P1 \supset (P1 \vee P2)$
12. $(P1 \S P3 \supset P4) \bullet (P5 \supset \sim P4) \bullet P5 \supset \sim (P1 \S P3)$
13. $(P1 \supset P2 \bullet P3) \bullet (P4 \supset P5) \bullet (\sim P4 \supset P1) \bullet \sim P5 \supset P3$
14. $(P1 \equiv P2 \vee P3) \bullet (P4 \supset \sim P3) \bullet (P4 \S P5) \bullet (P1 \bullet \sim P2) \supset P5$
15. $(P2 \equiv P3) \bullet (P3 \S P1) \bullet (\sim P1 \supset P5 \bullet P4) \bullet (\sim P5 \vee P6) \bullet P2 \supset P6$
16. $(P1 \supset P2) \bullet (P5 \S P3 \supset P4) \bullet [\sim (P5 \S P3) \supset P1] \bullet \sim P4 \supset P2 \bullet P1$
17. $(P2 \supset P3) \bullet (\sim P2 \supset P4) \bullet (P5 \supset \sim P4) \bullet \sim P3 \supset \sim P2 \bullet P4 \bullet \sim P5$
18. $(P1 \vee P2) \bullet (P1 \supset P3) \bullet (\sim P4 \supset \sim P3) \bullet (P4 \S \sim P5) \bullet (P3 \bullet P4 \equiv P6) \bullet (P7 \equiv \sim P5) \bullet \sim P2 \supset P6 \bullet \sim P7$
19. $(P1 \bullet \sim P2 \supset P3) \bullet (P4 \equiv P1) \bullet (P4 \S P2) \supset (P4 \supset P3)$
20. $(\sim P1 \vee P2) \bullet (P3 \supset P1) \bullet (\sim P3 \supset P2 \S P4) \supset (\sim P2 \supset P4)$

LOGICA DE TERMINOS

A) LA FORMALIZACION GRAFICA

A partir de la noción de inclusión – de individuos en una clase o de una clase en otra – puede hacerse una representación gráfica de sus relaciones, por la que quedan de manifiesto las inferencias a que dan lugar.

1. LA REPRESENTACION GRAFICA DE CLASES

El término **clase** usado ordinariamente en lógica y en matemáticas puede definirse como el conjunto de individuos que tienen una propiedad común.[1] Algunos ejemplos de clases son:

a) la clase de los lógicos del siglo XX;
b) la clase de las mariposas monarca;
c) la clase de los roedores;
d) la clase de los números reales;
e) la clase de las coníferas;
f) la clase de los testigos del asesinato.

Las proposiciones son expresiones por medio de las cuales se expresa la relación entre clases, al afirmar:

Todo hombre es mortal,

queremos significar que todos los individuos (Pedro, Juan Francisco, etc.) que tienen la propiedad de ser hombres – que pertenecen o están incluidos en la clase de loshombres – , tienen la propiedad de ser mortales – pertenecen o están incluidos en la clase de los mortales.

O dicho de otro modo queremos significar que la clase de los hombres está

1 En matemáticas esta propiedad común puede reducirse al hecho de pertenecer a un mismo conjunto de objetos arbitrariamente elegidos, como en el conjunto formado por el número dos y la Luna.

incluida en la clase de los mortales.

Expresado de manera general al afirmar:

Todo **A** es **B**,

queremos significar que todos los miembros de la clase **A** están incluidos en la clase **B**.

Adémas de esta noción natural de clase, pueden agregarse otras dos que son complementarias. En primer lugar, a toda propiedad corresponde una clase con independencia de que contenga o no miembros, lo que da lugar a las clases vacías. En segundo lugar, a cada individuo tomado en su singularidad le corresponde una clase, ya que todo individuo tiene la propiedad de ser él y no ningún otro, lo que da lugar a las clases unitarias.

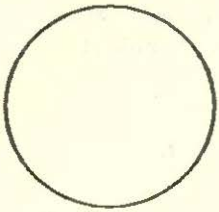
Los miembros contenidos en las clases pueden ser, a su vez, reales — si existen realmente — o de razón — si no tienen una existencia real extramental —. Lo anterior puede resumirse y ejemplificarse con el siguiente cuadro:

- CLASE
  - VACIA
    - La clase de los números primos entre el 8 y el 10.
    - La clase de las conclusiones universales correctas de la 3a figura del silogismo.
  - UNITARIA
    - REAL: La clase del primer presidente de la República Mexicana.
    - DE RAZON: La clase del personaje principal de la novela: *Las Almas Muertas* de N. Gogol.
  - MULTIPLE
    - REAL: La clase de los compositores de ópera.
    - DE RAZON: La clase de los personajes de dibujos animados de Walt Disney.

a) Análisis de la proposición

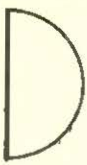
La representación de las clases, según se haga referencia a su totalidad o sólo a una parte de ella es:

Clase entera



Se refiere a toda la extensión de una clase, a todos sus posibles miembros.

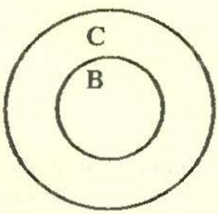
Parte de una clase



Se refiere a la consideración de un fragmento de la clase entera.

De este modo la representación gráfica de las cuatro proposiciones –según su cantidad y cualidad– es:

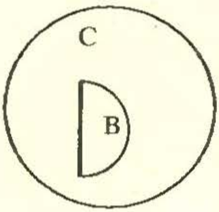
"Todo B es C." Proposición A



Toda la clase B pertenece –está incluida– a la clase C. Ej. Todo hombre (B) es mortal (C).

"Algún B es C."

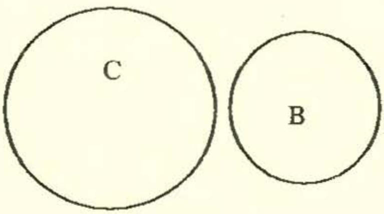
Proposición I



Parte de la clase B pertenece a la clase C. No puede afirmarse nada de la otra parte de la clase B en relación a C, puesto que puede o no estar incluida en C. Ej. Algún filósofo (B) es abogado (C).

"Ningún B es C."

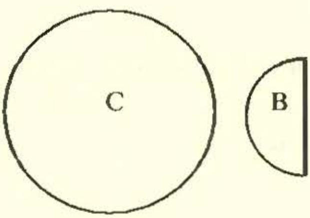
Proposición E



Ninguna B pertenece a la clase C. Ej. Ningun himenóptero (B) es reptil (C).

"Alguna B no es C."

Proposición O



Sólo podemos afirmar que parte de B no pertenece a la clase C, pero no podemos afirmar nada del resto de la clase B. Ej. Algún poeta (B) no es mexicano (C).

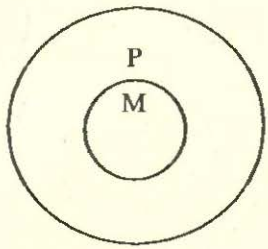
b) Análisis del silogismo

Basados en este modo simple, ya utilizado por Leibniz, de graficar las proposiciones pueden demostrarse los modos válidos de la primera figura (figura perfecta, a la que se resumen las demás) quedando del siguiente modo:

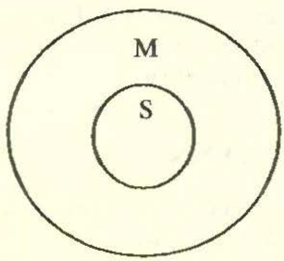
Silogismo con la forma BARBARA:

Todo M es P,
toda S es M;
luego, toda S es P.

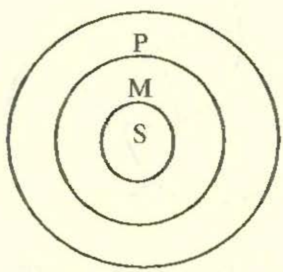
Significa lo siguiente: todo lo que pertenece a la clase M pertenece a la clase P.



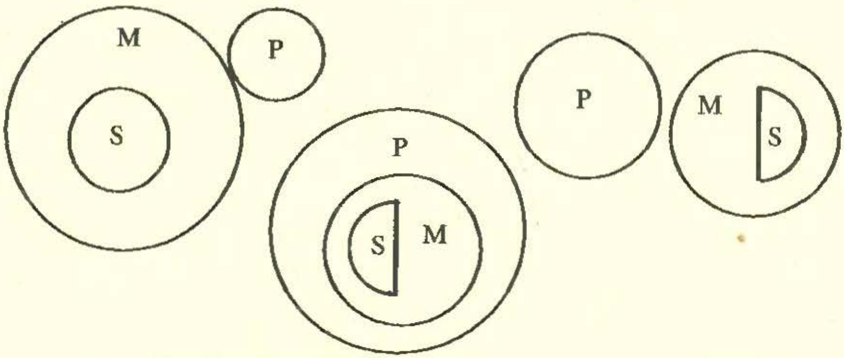
Y todo lo que pertenece a la clase S pertenece a la clase M:



Al relacionar las dos proposiciones se infiere que todo lo que pertenece a la clase S pertenece a la clase P; esto es, si S pertenece a M y M pertenece a P, luego S pertenece a P.



De la misma manera sucede con los otros modos legítimos de la primera figura:



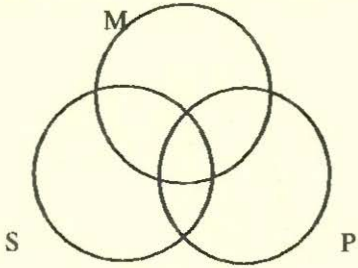
CELARENT DARII FERIO

Sin embargo, para la graficación de otras figuras o para razonamientos más complejos este método presentaalgunas dificultades para representarse[2] por lo cual, el lógico y matemático inglés John Venn introdujo otra forma de graficar que veremos a continuación con algunas variantes.

2. DIAGRAMAS DE VENN

Este tipo de representación gráfica permite analizar con mayor precisión la corrección o incorrección de los silogismos.

Cada uno de los términos del silogismo es tomado como una clase y se representa mediante un círculo:



2 Las representaciones de DATISI y FRESISO son ejemplos de esta dificultad.

Siendo P el término mayor, S el término menor y M el término medio.

a) Análisis de las proposiciones

Las relaciones entre los términos se hacen mediante las siguientes convenciones:

1. Para afirmar que un determinado segmento está vacío —no puede contener miembros— se raya la parte correspondiente a dicha clase.

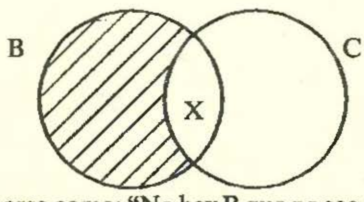
2. Para afirmar que un determinado segmento se incluye o se excluye de otro se introduce el signo "X" donde corresponda.

3. Para marcar la inclusión de una clase en otra sin conocer su relación de inclusión o no con una tercera, se utiliza una línea en los segmentos correspondientes.

4. Para afirmar que se ignora la relación de un segmento con respecto a otro se deja en blanco el área correspondiente.

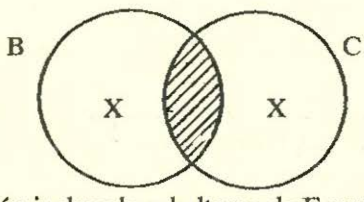
De este modo pueden representarse las siguientes proposiciones:

Proposición A:
Todo B es C.



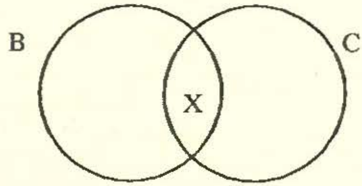
También puede leerse como: "No hay B que no sea C". Esta representación también incluye la subalterna de la A y su conversión accidental, por lo que también puede leerse: "Algún B es C" y "Algún C es B".

Proposición E:
Ningún B es C.



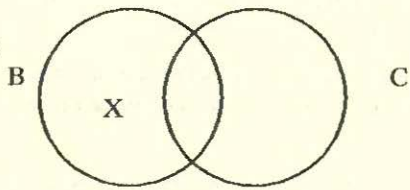
Esta representación incluye la subalterna de E y sus conversiones simple y accidental, por lo que también puede leerse: "Ningún C es B"; "Algún B no es C" y "Algún C no es B".

Proposición I:
Algún B es C



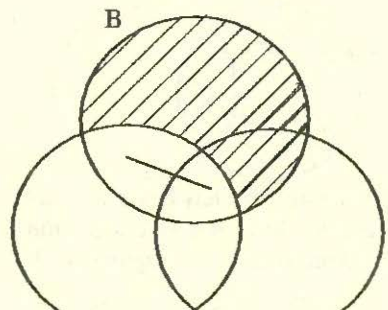
Esta representación incluye la conversión simple de I, por lo que también puede leerse: "Algún C es B".

Proposición O:
Algún B no es C



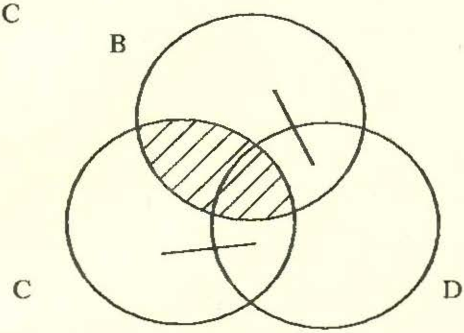
La representación de las proposiciones como premisas de un silogismo en los que intervienen tres términos queda de la siguiente manera:

Todo B es C

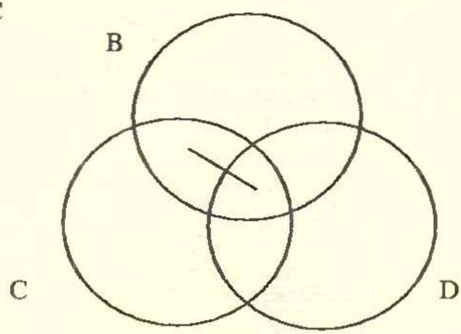


La inclusión de B en C está representada por la línea, ésta marca que B puede estar o no incluida en D; pero al mismo tiempo señala que es seguro que esta en C, ya que los dos segmentos que abarca la línea están en C.

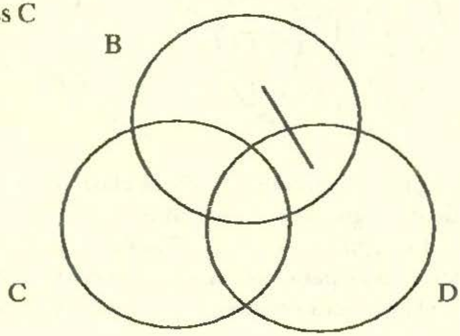
Ningún B es C



Algún B es C

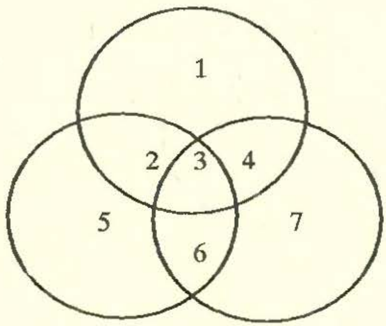


Algún B no es C



b) Análisis del silogismo

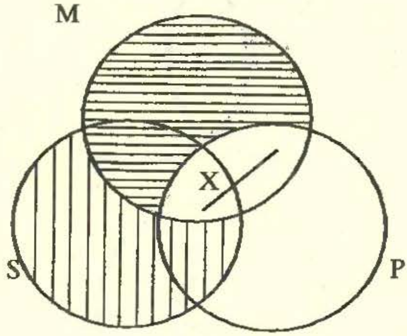
Para podernos referir a cada uno de los segmentos que resultan de la intersección de los términos en un silogismo categórico, vamos a numerarlos, quedando del siguiente modo:



De acuerdo con los criterios que se establecieron para representar las proposiciones, pueden analizarse los diversos modos del silogismo por medio de la representación de sus premisas. Por ejemplo:

BARBARA:

Todo M es P.
Todo S es M.
Todo S es P.



Para representar la primera premisa "toda la clase M está incluida en la clase P" se han vaciado los segmentos donde M no incluya a P —sombreando con líneas horizontales los segmentos 1 y 2—. También se ha puesto una línea que abarque los segmentos 3 y 4 para indicar la pertenencia de M en P. Es línea y no cruz pues con sólo la primera premisa se ignora la relación de M y P con respecto a S.

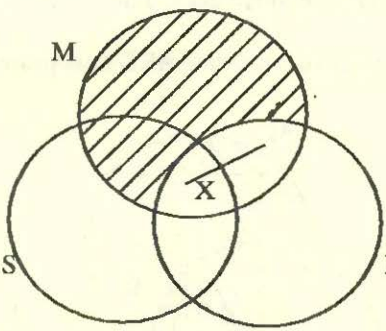
Para representar la segunda premisa "toda la clase S está incluida en M" se han vaciado los segmentos donde S no incluye M –sombreando con líneas verticales los segmentos 5 y 6–. También se ha marcado con una cruz el segmento 3. A diferencia de la primera premisa, no es necesario usar la línea, ya que el segmento 2 ha quedado vacío por la primera premisa.

Representadas las dos proposiciones queda de manifiesto la conclusión: "Todos los S son P" –una cruz en el segmento 3 y rayados los segmentos 1, 2, 5 y 6–.

Otros ejemplos de la representación de silogismos correctos son:

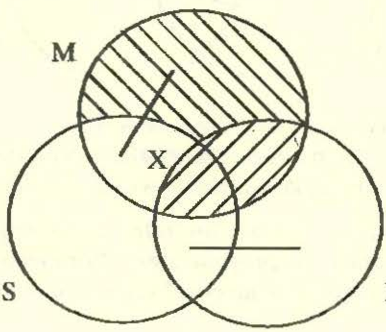
DARII

Todo M es P
<u>Algún S es M</u>
Algún S es P



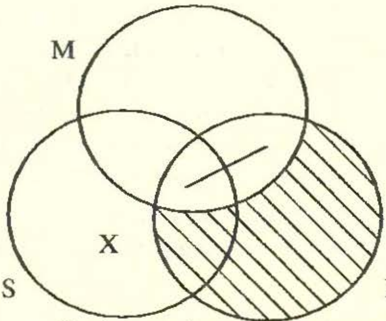
FELAPTON

Ningún M es P
<u>Todo M es S</u>
Algún S no es P



BAROCO

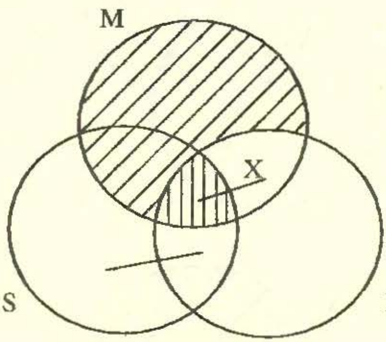
Todo P es M
Algún S no es M
Algún S no es P



Para demostrar que un silogismo es incorrecto por este método, es necesario únicamente que se dé la posibilidad gráfica de la contradictoria de la conclusión.

Por ejemplo, el silogismo de la forma: AEE de la primera figura, tiene como representación gráfica:

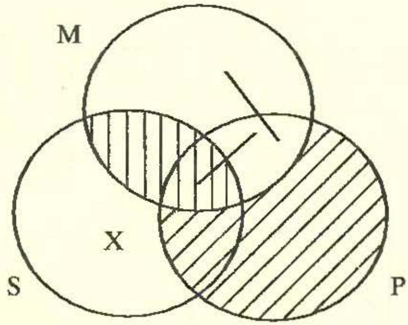
Todo M es P.
Ningún S es M.
Ningún S es P.



Como puede observarse en la gráfica, la conclusión "Ningún S es P" no se da necesariamente, ya que no está descartada la posibilidad de que "Algún S es P" – segmento 6 – que es la contradictoria de la conclusión.

La otra forma como se observa la invalidez de un silogismo es la contradicción que se establece entre sus proposiciones. Por ejemplo, el silogismo de la forma AEI de la cuarta figura, tiene como representación gráfica:

Todo P es M.
Ningún M es S.
Algún S es P.



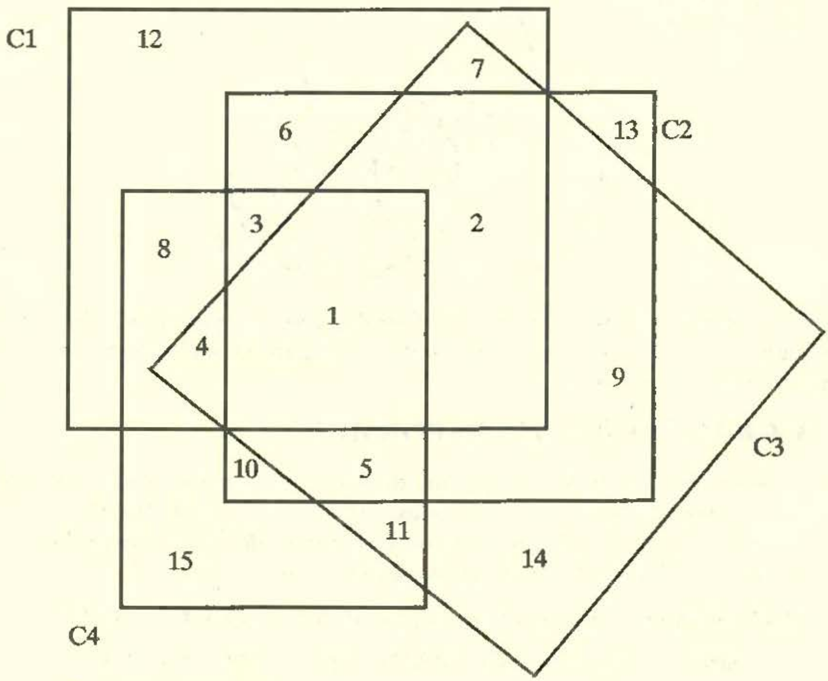
La conclusión "Algún S es P" es imposible pues las premisas indican que los segmentos 3 y 6 – a los que correspondería según la conclusión el tener una línea o cruz– están vacíos.

3. GRAFICACION TETRAFORMAL

De acuerdo al teorema del binomio de Newton, las posibles relaciones de inclusión tomando en cuenta cuatro clases (C1; C2; C3 y C4) son de $2^n - 1$; esto es de 15 (el -1 es la no relación de ninguno de los 4, que se haría al sombrear todos los segmentos), las alternativas son:

La inclusión en las cuatro clases (1 posibilidad):	(1) C1, C2, C3 y C4
La inclusión en tres clases (4 posibilidades):	(2) C1, C2 y C3
	(3) C1, C2 y C4
	(4) C1, C3 y C4
	(5) C2, C3 y C4
La inclusión en dos clases (6 posibilidades):	(6) C1 y C2
	(7) C1 y C3
	(8) C1 y C4
	(9) C2 y C3
	(10) C2 y C4
	(11) C3 y C4
La inclusión en una clase (4 posibilidades):	(12) C1
	(13) C2
	(14) C3
	(15) C4

Su representación gráfica es:



Pongamos un ejemplo:

Descubrir las características de Juan entre las 4 posibles que se dan, a partir de las cinco premisas:

Puede ser austriaco (A); casado (B); ingeniero (C); alto (D)

Premisas:

(1) Tiene más de una característica.

(2) Si es austriaco no es ingeniero.

(3) Si es casado no es alto.

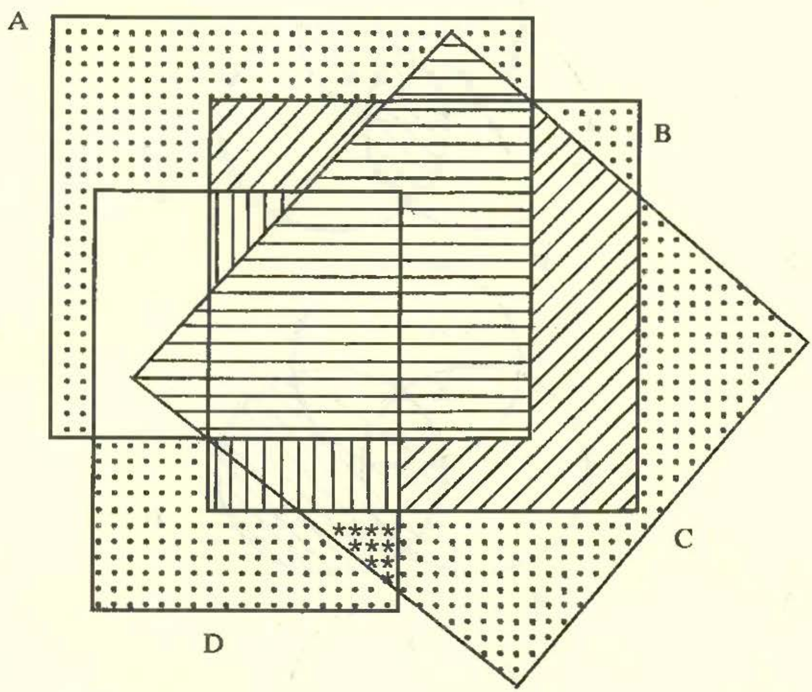
(4) Si es casado es austriaco e ingeniero.

(5) Si es ingeniero no es alto.

Con la premisa (1) se vacían los segmentos marcados con puntos.

Con la premisa (2) se vacían los segmentos marcados con líneas horizontales.

Con la premisa (3) se vacían los segmentos marcados con líneas verticales.
Con la premisa (4) se vacían los segmentos marcados con líneas diagonales.
Con la premisa (5) se vacían los segmentos marcados con asteriscos.

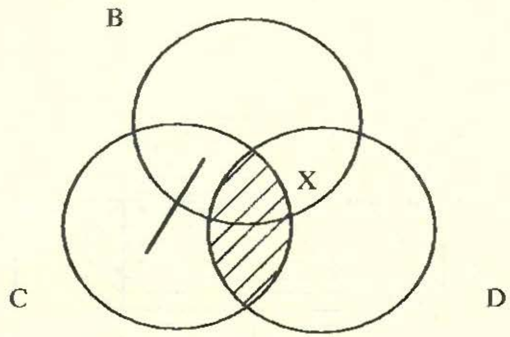


Como podrá observarse en la gráfica sólo el segmento 8 queda como posibilidad; de donde se deduce que es austriaco y alto.

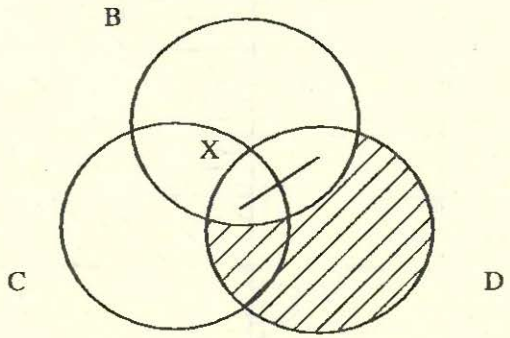
4. EJERCICIOS

I. Decir qué proposiciones pueden ser expresadas a partir de los siguientes diagramas:

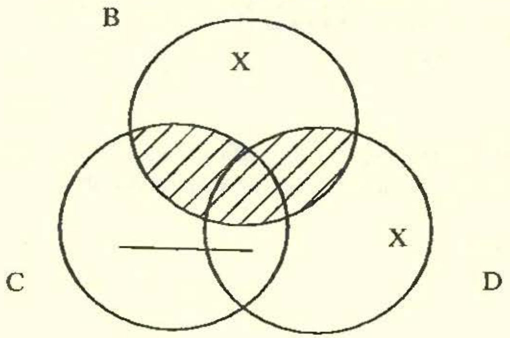
1.



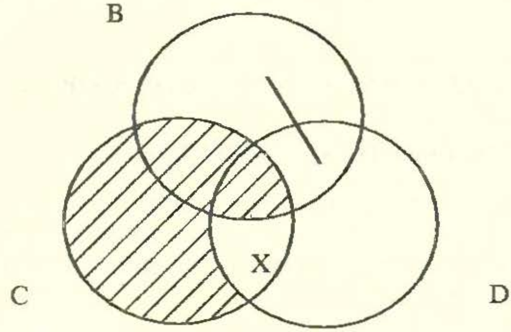
2.



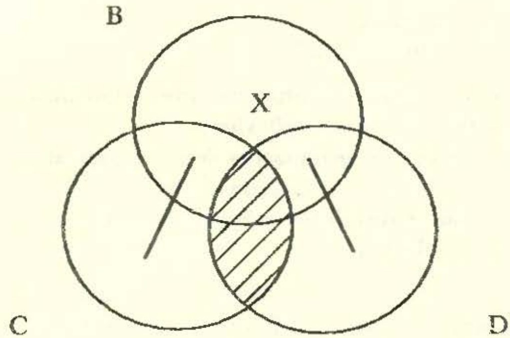
3.



4.



5.



II. Demostrar por diagramas de Venn –explicándolos– la corrección de los siguientes silogismos:

1. FERIO.
2. DARAPTI.
3. FESTINO.
4. FERISON.
5. CAMENTES.

III. Demostrar por diagramas de Venn –explicándolos– la incorrección de los siguientes silogismos:

1. Modo AAA de la tercera figura.
2. Modo IAI de la segunda figura.
3. Modo AEE de la tercera figura.

4. Modo IEO de la primera figura.
5. Modo OAO de la cuarta figura

B. SIMBOLIZACION DE LA LOGICA DE TERMINOS

1. LAS PROPOSICIONES SIMPLES

Las proposiciones simples son las que constan de un sujeto y un predicado relacionados por un nexo; estos términos no necesitan, a su vez, descomponerse para ser parte de un silogismo categórico. Por ejemplo, las utilizadas para los dos siguientes silogismos:

(1) Todo **hombre** es **mortal**,
todo **abogado** es **hombre**;
luego, todo **abogado** es **mortal**.

(2) Todos los **niños, jóvenes y adultos que presentan síntomas de melancolía** son **afectos a la depresión y autorreflexión**;
todos **los pacientes de los psiquiatras de este hospital** son **niños, jóvenes y adultos que presentan síntomas de melancolía**;
luego, todos **los pacientes de los psiquiatras de este hospital** son **afectos a la depresión y autorreflexión**.

En estos dos casos la diversa estructura del sujeto y predicado no interfieren para que los dos sean del mismo modo y de la misma figura, teniendo ambos la misma fundamentación inferencial, y por ende pertenecen a la misma forma: BARBARA.

Estas proposiciones simples son usadas en lógica clásica para los silogismos categóricos, para la conversión de proposiciones y para las inferencias inmediatas. Sus variantes son la cualidad y la cantidad, que establecen los cuatro tipos básicos de proposición: **A, E, I, O.** Su simbolización requiere solamente del sujeto y predicado, del nexo, de la cantidad y cualidad.

El nexo expresa la pertenencia o inclusión del sujeto a la clase del predicado. Por ejemplo, en la proposición:

'Todo hombre es mortal',

expreso que los hombres pertenencen a la clase de los mortales. Este nexo se representará con el símbolo '→'; así, la proposición anterior podría ponerse del siguiente modo:

'Todo hombre → mortal.'

El sujeto y el predicado se simbolizarán con cualquier letra consonante mayúscula de la 'B' a la 'N', a excepciónde la 'F' que ya tiene la significación de falso. Como en el caso de las proposiciones, cuando los términos utilizados en una deducción sean mayor que las letras posibles se distinguirán numéricamente: 'B1'; 'C1'... 'B2'; 'C2'... etc. Así, la proposición anterior queda ahora del siguiente modo:

'Todo H → M'

Donde 'H' significa 'hombre' y 'M' significa 'mortal'.

Para la cantidad – universal o particular – se utilizará la siguiente simbolización: cuando la proposición es universal quedará implícito en la letra mayúscula que es signo del sujeto. Así, la proposición con la que hemos venido ejemplificando, queda completamente simbolizada del siguiente modo:

$$(H \rightarrow M)$$

Para simbolizar que una proposición es particular se coloca una letra 'x' minúscula en la parte inferior derecha de la letra que representa al sujeto. Por ejemplo, la proposición:

'Algunos espectáculos son inmorales',

queda simbolizada del siguiente modo:

$$(B_x \rightarrow N)$$

Donde: B por 'espectáculo' y N por 'ser inmoral'.

Hay que recordar que el predicado de las proposiciones afirmativas se presupone siempre particular; en la proposición 'todo perro es animal' queremos significar que todos los perros son algunos de los animales; ya que, de los contrario, tendríamos que 'todos los perros son todos los animales' afirmación evidentemente falsa. Si quisiéramos explicitar que el predicado es también universal, como en el caso de las definiciones, sólo habría que hacer dos proposiciones universales, unidos por conjunción, en el que se alternarán los términos como sujeto y predicado. Por ejemplo, en la proposición 'todo hombre es animal racional' en donde puede decirse que 'todos los hombres son todos los animales racionales' quedaría así: 'Todo hombre es animal racional y todo animal racional es hombre', que en simbólicamente queda del siguiente modo:

$$(H \rightarrow G) \bullet (G \rightarrow H)$$

Donde: H por 'hombre' y G por 'ser animal racional'.

En las proposiciones negativas la extensión del predicado es siempre universal y esto quedará implícitamente manifiesto al poner el signo de negación en el predicado.

En el caso de las proposiciones singulares, cuyo sujeto es un término singular concreto –'Sócrates'; 'este libro'–, cada individuo será el integrante único de su clase. Por ejemplo, la clase en que sus integrantes tienen como características el ser 'Miguel de Cervantes Saavedra' sólo tiene la posibilidad, en esta significación de singular concreto, de tener un único miembro como extensión. Por este motivo, este tipo de términos tendrán un tratamiento de universal en orden a la relación con otros. Así, la proposición:

'Miguel de Cervantes Saavedra es escritor'

se simboliza del siguiente modo:

$$(C \rightarrow D)$$

Donde: C por 'Miguel de Cervantes Saavedra' y D por 'escritor'.

En cambio, no deberá simbolizarse de este modo:

$$(Cx \rightarrow D)$$

Por último, en la cualidad –afirmativo o negativo– se utilizará la siguiente simbolización: Cuando la proposición es afirmativa quedará implícita la afirmación al no tener el signo negativo. En cambio, si la proposición es negativa se simbolizará colocando el signo '$\sim$' ya utilizado en lógica proposicional, junto a la letra del predicado. Así, la proposición:

'Algunas verdades no son evidentes'

quedará simbolizada del siguiente modo:

$$(Kx \rightarrow \sim L)$$

Donde: K por 'verdad' y L por 'evidente'.

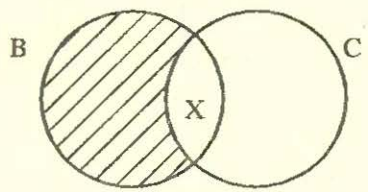
De este modo ya podemos presentar los esquemas simbolizados de las cuatro proposiciones simples:

A	UNIVERSAL-AFIRMATIVA:	$(B \rightarrow C)$
E	UNIVERSAL-NEGATIVA:	$(B \rightarrow \sim C)$
I	PARTICULAR-AFIRMATIVA:	$(Bx \rightarrow C)$
O	PARTICULAR-NEGATIVA:	$(Bx \rightarrow \sim C)$

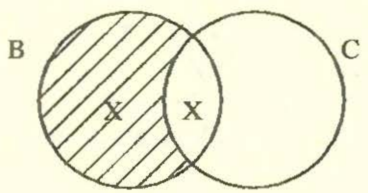
Basados en la simbolización de las proposiciones simples, no resta más que aplicarlas a las inferencias legítimas estudiadas en la lógica clásica.

2. INFERENCIAS INMEDIATAS DE LAS PROPOSICIONES OPUESTAS

La ley de las contradictorias (A-O; y E-I) es: "De la afirmación de una se infiere la negación de la otra y viceversa." Esta es una relación de bicondicional. Por diagramas de Venn es fácil observar la corrección de esta ley. Así, dándose la proposición A – por ejemplo 'todo B es C' –

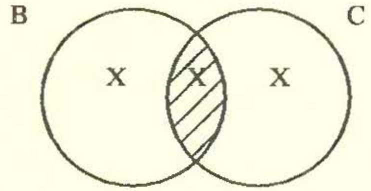


es imposible que se dé simultáneamente O – 'algún B no es C' – como lo muestra el siguiente diagrama:



El primer segmento muestra la contradicción de afirmar que no hay nada de B fuera de C y que hay algo de B fuera de C.

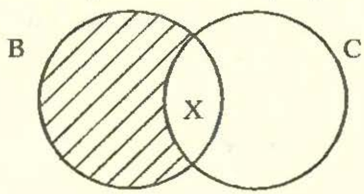
Lo mismo sucede con las contradictorias E-I, donde el diagrama también muestra la contradicción en el segmento de la intersección:



Las leyes de las subalternas (A-I y E-O) son: "Dada una proposición universal se infiere su particular pero no viceversa." Y, "si no se da una proposición particular tampoco puede darse su universal pero no viceversa." Estas son relaciones de condicional.

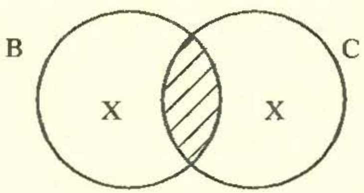
Como se vio en el análisis de las proposiciones la representación de A y E implican su correspondiente particular. Por ejemplo:

Todo B es C



La intersección muestra que 'algún B es C'.

En las proposiciones E el primer segmento muestra que 'algún B no es C':



En el siguiente cuadro se recogen las leyes de las contradictorias y de las subalternas.

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
Leyes de las contradictorias	$A \equiv \sim O$	$(B \rightarrow C) \equiv \sim (Bx \rightarrow \sim C)$
A-O	$O \equiv \sim A$	$(Bx \rightarrow \sim C) \equiv \sim (B \rightarrow C)$
Leyes de las contradictorias	$E \equiv \sim I$	$(B \rightarrow \sim C) \equiv \sim (Bx \rightarrow C)$
E-I	$I \equiv \sim E$	$(Bx \rightarrow C) \equiv \sim (B \rightarrow \sim C)$
Leyes de las subalternas	$A \supset I$	$(B \rightarrow C) \supset (Bx \rightarrow C)$
A-I	$\sim I \supset \sim A$	$\sim (Bx \rightarrow C) \supset \sim (B \rightarrow C)$
Leyes de las subalternas	$E \supset O$	$(B \rightarrow \sim C) \supset (Bx \rightarrow \sim C)$
E-O	$\sim O \supset \sim E$	$\sim (Bx \rightarrow \sim C) \supset \sim (B \rightarrow \sim C)$

A partir de las leyes de las contradictorias y las subalternas se deducen las restantes leyes de las proposiciones opuestas, de la siguiente forma:

Contrarias: $A \supset \sim E$

*(1) $(B \rightarrow C)$	S
*(2) $(Bx \rightarrow C)$	(1) $A \supset I$
*(3) $\sim (B \rightarrow \sim C)$	(2) $I \equiv \sim E$
(4) $(B \rightarrow C) \supset \sim (B \rightarrow \sim C)$	*(3) Cd

Q.E.D.

Contrarias: $E \supset \sim A$

*(1) $(B \rightarrow \sim C)$	S
*(2) $(Bx \rightarrow \sim C)$	(1) $E \supset O$
*(3) $\sim (B \rightarrow C)$	(2) $O \equiv \sim A$
(4) $(B \rightarrow \sim C) \supset \sim (B \rightarrow C)$	*(3) Cd

Q.E.D.

Subcontrarias: $\sim I \supset O$

*(1) $\sim (Bx \rightarrow C)$	S
*(2) $(B \rightarrow \sim C)$	(1) $E \equiv \sim I$
*(3) $(Bx \rightarrow \sim C)$	(2) $E \supset O$
(4) $\sim (Bx \rightarrow C) \supset (Bx \rightarrow \sim C)$	*(3) Cd.
	Q.E.D.

Subcontrarias: $\sim O \supset I$

*(1) $\sim (Bx \rightarrow C)$	S
*(2) $(B \rightarrow C)$	(1) $A \equiv \sim O$
*(3) $(Bx \rightarrow C)$	(2) $A \supset I$
(4) $\sim (Bx \rightarrow C) \supset (Bx \rightarrow C)$	*(3) Cd
	Q.E.D.

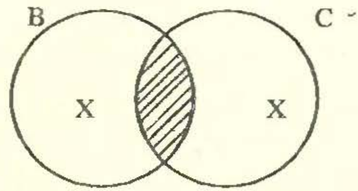
Las anteriores leyes se recogen en este cuadro:

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
Leyes de las contrarias	$A \supset \sim E$	$(B \rightarrow C) \supset \sim (B \rightarrow \sim C)$
A-E	$E \supset \sim A$	$(B \rightarrow \sim C) \supset \sim (B \rightarrow A)$
Leyes de las subcontrarias	$\sim I \supset O$	$\sim (Bx \rightarrow C) \supset (Bx \rightarrow \sim C)$
I-O	$\sim O \supset I$	$\sim (Bx \rightarrow \sim C) \supset (Bx \rightarrow C)$

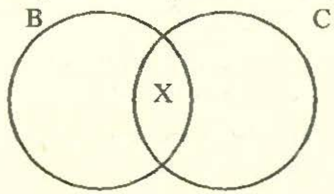
3. CONVERSION DE PROPOSICIONES

La relación que guardan el sujeto y el predicado está dada por la extensión y la comprensión de cada uno de ellos, cuando esta relación no se altera de acuerdo al principio deductivo – al inferir, no se infiere en la conclusión mayor extensión de sus términos que en las premisas – pueden convertirse pasando de sujeto a predicado y viceversa. Si no se altera la extensión es conversión simple; si se pasa de universal a particular es conversión accidental.

Las proposiciones **E**, **I** tienen conversión simple, como lo muestran los siguientes diagramas:



Su significación es: 'Ningún B es C' y también 'Ningún C es B'.



Su significación es: 'Algún B es C' y también 'Algún C es B'.

El siguiente cuadro recoge las leyes de conversión:

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
Conversión simple de E	CSE	$(B \rightarrow \sim C) \supset (C \rightarrow \sim B)$
Conversión simple de I	CSI	$(Bx \rightarrow C) \supset (Cx \rightarrow B)$
Conversión accidental de A	CAA	$(B \rightarrow C) \supset (Cx \rightarrow B)$
Conversión accidental de E	CAE	$(B \rightarrow \sim C) \supset (Cx \rightarrow \sim B)$

La demostración de las conversiones accidentales es:

Conversión accidental de A

*(1) $(B \rightarrow C)$	S
*(2) $(Bx \rightarrow C)$	(1) $A \supset I$
*(3) $(Cx \rightarrow B)$	(2) CSI
(4) $(B \rightarrow C) \supset (Cx \rightarrow B)$	*(3) Cd

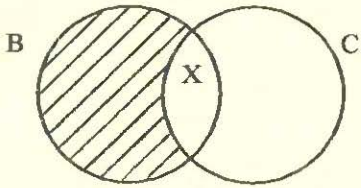
Q.E.D.

Conversión accidental de la E

*(1) $(B \rightarrow \sim C)$	S
*(2) $(C \rightarrow \sim B)$	(1) CSE
*(3) $(Cx \rightarrow \sim B)$	(2) $E \supset O$
(4) $(B \rightarrow \sim C) \supset (Cx \rightarrow \sim B)$	*(3) Cd.

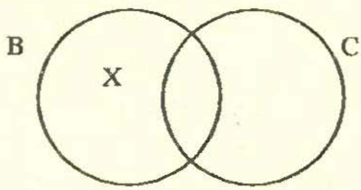
Q.E.D.

También por los diagramas puede observarse cómo las proposiciones **A** no tienen conversión simple. Así, si 'Todo B es C':



El segmento en blanco no excluye la posibilidad de que 'Algún C no es B', por lo que no es necesario que 'Toda C es B'.

Del mismo modo puede observarse que las proposiciones **O** no tienen conversión simple. Así, si 'Algún B no es C':



Los dos segmentos en blanco no excluyen la posibilidad de que 'Todo C es B', por lo que no es necesario que 'Algún C no es B'.

4. SILOGISMOS CATEGORICOS

Basados en la evidencia que se ha conseguido de la corrección de las formas BARBARA, CELARENT, DARII Y FERIO, correspondientes a la primera figura, cuya demostración se ha visto en lógica clásica y por medio de los diagramas, no queda más que simbolizar estas formas de acuerdo a los criterios establecidos para las proposiciones simples.

BARBARA

Formalización simple:

Todo B es C,
todo D es B;
luego, toda D es C.

Simbolización cuantificacional:

$$(B \rightarrow C) \bullet (D \rightarrow B) \supset (D \rightarrow C)$$

Siendo el antecedente de este razonamiento la conjunción de las dos premisas, siendo la conjunción conmutativa, y sabiendo que el carácter de premisa mayor y menor está basado en los términos de la conclusión, ya sean sujeto o predicado; para mayor claridad y utilidad se invertirán las premisas, sin alterar su figura ni su modo. Lo mismo se hará con las otras leyes de la primera figura. En este caso:

BARBARA (SA): $(D \rightarrow B) \bullet (B \rightarrow C) \supset (D \rightarrow C)$

El siguiente cuadro recoge las leyes de la Primera Figura:

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
BARBARA	SA	$(D \rightarrow B) \bullet (B \rightarrow C) \supset (D \rightarrow C)$
CELARENT	SE	$(D \rightarrow B) \bullet (B \rightarrow \sim C) \supset (D \rightarrow \sim C)$
DARII	SI	$(Dx \rightarrow B) \bullet (B \rightarrow C) \supset (Dx \rightarrow C)$
FERIO	SO1	$(Dx \rightarrow B) \bullet (B \rightarrow \sim C) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$

Para no multiplicar innecesariamente las leyes cuantificacionales usaremos la reducción a la primera figura cuando los silogismos no pertenezcan a ésta. Veamos algunos ejemplos:

(1) Demostrar la corrección de CAMESTRES de la segunda figura:

$$(B \rightarrow C) \bullet (D \rightarrow \sim C) \supset (D \rightarrow \sim B)$$

*(1) $(B \rightarrow C) \bullet (D \rightarrow \sim C)$	S
*(2) $(B \rightarrow C)$	(1) EC
*(3) $(D \rightarrow \sim C)$	(1) EC
*(4) $(C \rightarrow \sim D)$	(3) CSE
*(5) $(B \rightarrow \sim D)$	(2)(4) SE
*(6) $(D \rightarrow \sim B)$	(5) CSE
(7) $(B \rightarrow C) \bullet (D \rightarrow \sim C) \supset (D \rightarrow \sim B)$	*(6) Cd.

Q.E.D.

(2) Demostrar la corrección de FELAPTON de la tercera figura:

$$(B \rightarrow \sim C) \bullet (B \rightarrow D) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$$

*(1) $(B \to \sim C) \bullet (B \to D)$	S
*(2) $(B \to \sim C)$	(1) EC
*(3) $(B \to D)$	(1) EC
*(4) $(Dx \to B)$	(3) CAA
*(5) $(Dx \to \sim C)$	(2)(4) SO1
(6) $(B \to \sim C) \bullet (B \to D) \supset (Dx \to \sim C)$	*(5) Cd.

Q.E.D.

(3) Demostrar la corrección de DIMATIS de la cuarta figura:

$$(Bx \to C) \bullet (C \to D) \supset (Dx \to B)$$

*(1) $(Bx \to C) \bullet (C \to D)$	S
*(2) $(Bx \to C)$	(1) EC
*(3) $(C \to D)$	(1) EC
*(4) $(Bx \to D)$	(2)(3) SI
*(5) $(Dx \to B)$	(4) CSI
(6) $(Bx \to C) \bullet (C \to D) \supset (Dx \to B)$	*(5) Cd.

Q.E.D.

Los silogismos BAROCO – de la segunda figura – y BOCARDO – de la tercera figura – también pueden ser reducidos a la primera figura, a través de la reducción al absurdo, como se demostrará a continuación; sin embargo, para no hacer este proceso cada vez que se utilicen estas formas, las estableceremos como leyes.

(4) Demostración de BAROCO: $(B \to C) \bullet (Dx \to \sim C) \supset (Dx \to \sim B)$

	*(1) $(B \to C) \bullet (Dx \to \sim C)$	S
	*(2) $(B \to C)$	(1) EC
	*(3) $(Dx \to \sim C)$	(1) EC
*	*(4) $\sim (Dx \to \sim B)$	S
*	*(5) $(D \to B)$	(4) $A \equiv \sim O$
*	*(6) $(D \to C)$	(2)(5) SA
*	*(7) $\sim (Dx \to \sim C)$	(6) $A \equiv \sim O$
*	*(8) F	(3)(7) PNC
	*(9) $\sim (Dx \to \sim B) \supset F$	*(8) Cd
	*(10) $(Dx \to \sim B)$	(9) RA
	(11) $(B \to C) \bullet (Dx \to \sim C) \supset (Dx \to \sim B)$	*(10)Cd

Q.E.D.

(5) Demostración de BOCARDO: $(Bx \rightarrow \sim C) \bullet (B \rightarrow D) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$

	$*(1)\ (Bx \rightarrow \sim C) \bullet (B \rightarrow D)$	S
	$*(2)\ (Bx \rightarrow \sim C)$	(1) EC
	$*(3)\ (B \rightarrow D)$	(1) EC
*	$*(4) \sim (Dx \rightarrow \sim C)$	S
*	$*(5)\ (D \rightarrow C)$	(4) $A \equiv \sim O$
*	$*(6)\ (B \rightarrow C)$	(3)(5) SA
*	$*(7) \sim (Bx \rightarrow \sim C)$	(6) $A \equiv \sim O$
*	$*(8)$ F	(2)(7) PNC
	$*(9) \sim (Dx \rightarrow \sim C) \supset F$	*(8) Cd
	$*(10)\ (Dx \rightarrow \sim C)$	(9) RA
	$(11)\ (Bx \rightarrow \sim C) \bullet (B \rightarrow D) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$	*(10)Cd
		Q.E.D.

El siguiente cuadro recoge estas dos últimas leyes:

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
BAROCO	SO2	$(B \rightarrow C) \bullet (Dx \rightarrow \sim C) \supset (Dx \rightarrow \sim B)$
BOCARDO	SO3	$(Bx \rightarrow \sim C) \bullet (B \rightarrow D) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$

Los siguientes ejemplos son demostraciones en las que intervienen leyes de lógica cuantificacional y leyes de lógica proposicional:

(12) A. Planteamiento del problema:

Partiendo de las siguientes premisas:

(1) Todo animal es compuesto.
(2) Algunas substancias no son corruptibles.
(3) Si toda substancia es sensible entonces toda substancia es animal.
(4) Todo compuesto es corruptible.

Concluir que algunas substancias no son sensibles.

B. Simbolización de los términos:

B por 'animal'
C por 'compuesto'

D por 'substancia'
G por 'corruptible'
H por 'sensible'

C. Simbolización de las premisas y conclusión:

(1) $(B \rightarrow C)$
(2) $(Dx \rightarrow \sim G)$
(3) $(D \rightarrow H) \supset (D \rightarrow B)$
(4) $(C \rightarrow G)$
Conclusión: $(Dx \rightarrow \sim H)$

D. Demostración por el MIF:

*(1) $(B \rightarrow C) \bullet (Dx \rightarrow \sim G) \bullet [(D \rightarrow H) \supset (D \rightarrow B)] \bullet (C \rightarrow G)$	S
*(2) $(B \rightarrow C)$	(1)EC
*(3) $(Dx \rightarrow \sim G)$	(1) EC
*(4) $(D \rightarrow H) \supset (D \rightarrow B)$	(1) EC
*(5) $(C \rightarrow G)$	(1) EC
*(6) $(B \rightarrow G)$	(2)(5) SA
*(7) $(Dx \rightarrow \sim B)$	(3)(6) SO2
*(8) $\sim (D \rightarrow B)$	(7) O$\equiv\sim$A
*(9) $\sim (D \rightarrow H)$	(4)(8) MTT
*(10) $(Dx \rightarrow \sim H)$	(9) O$\equiv\sim$A
(11) $(B \rightarrow C) \bullet (Dx \rightarrow \sim G) \bullet [(D \rightarrow H) \supset (D \rightarrow B)] \bullet (C \rightarrow G) \supset (Dx \rightarrow \sim H)$	*(10) Cd
	Q.E.D.

(13) A. Planteamiento del problema:

Partiendo de las siguientes premisas:

(1) Todos los que estaban en la lancha eran huéspedes.
(2) Todos los sospechosos estaban en la lancha.
(3) Si el gerente estaba en el hotel entonces la policía no actuó acertadamente.
(4) Si algunos sospechosos eran huéspedes entonces la policía actuó acertadamente.
(5) O la recepcionista mintió o el gerente estaba en el hotel
Concluir que 'La recepcionista mintió'

B. Simbolización de los términos y las proposiciones:

B por 'los que estaban en la lancha'
C por 'los huéspedes'
D por 'los sospechosos'
P1 por 'el gerente estaba en el hotel'
P2 por 'la policía actuó acertadamente'
P3 por 'la recepcionista mintió'

C. Simbolización de las premisas y la conclusión:

(1) $(B \rightarrow C)$
(2) $(D \rightarrow B)$
(3) $P1 \supset \sim P2$
(4) $(Dx \rightarrow C) \supset P2$
(5) $P3 \S P1$
Conclusión P3

D. Demostración por el MIF

*(1) $(B \rightarrow C) \bullet (D \rightarrow B) \bullet [(P1 \supset \sim P2)] \bullet [(Dx \rightarrow C) \supset P2] \bullet (P3 \S P1)$	S
*(2) $(B \rightarrow C)$	(1) EC
*(3) $(D \rightarrow B)$	(1) EC
*(4) $P1 \supset \sim P2$	(1) EC
*(5) $(Dx \rightarrow C) \supset P2$	(1) EC
*(6) $P3 \S P1$	(1) EC
*(7) $(D \rightarrow C)$	(2)(3) SA
*(8) $(Dx \rightarrow C)$	(7) A⊃I
*(9) P2	(5)(8) MPP
*(10) $\sim P1$	(4)(9) MTT
*(11) P3	(6)(10) EE
(12) $(B \rightarrow C) \bullet (D \rightarrow B) \bullet [(P1 \supset \sim P2)] \bullet [(Dx \rightarrow C) \supset P2] \bullet (P3 \S P1) \supset P3$	*(11) Cd

Q.E.D.

5. LAS PROPOSICIONES COMPUESTAS

Otra modalidad que presentan las proposiciones es su posible estructura interna por medio de los nexos lógicos. Por ejemplo:

(1) Los perros y los gatos son mamíferos.
(2) Los médicos o los hijos de médicos tendrán consulta gratuita.
(3) Si Juan cobró el cheque, Pedro se quedó sin fondos.

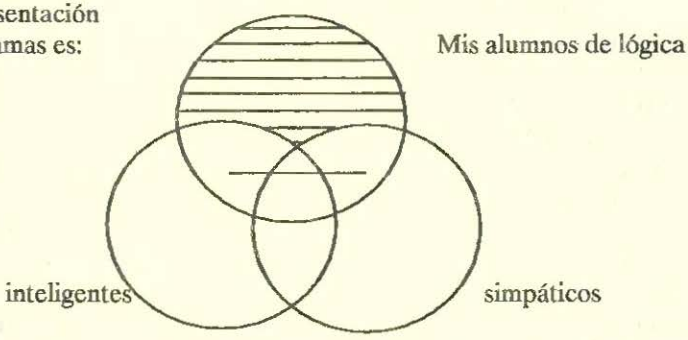
El modo de tratar estas proposiciones compuestas es, ordinariamente, por medio de su reducción a proposiciones simples unidas por los nexos lógicos. De esta forma los ejemplos anteriores pueden presentarse así:

(1) 'Los perros son mamíferos' y
'los gatos son mamíferos'.
(2) 'Los médicos tendrán consulta gratuita' y/o
'los hijos de médicos tendrán consulta gratuita'.
(3) Si 'Juan cobró el cheque' entonces
'Pedro se quedó sin fondos'.

Sin embargo, en ocasiones es preferible no simplificar una expresión para conservar su exactitud o evitar convertirla a un mayor número de proposiciones. Por ejemplo, al afirmar:

Todos mis alumnos de lógica son inteligentes o simpáticos

Su representación
en diagramas es:



De acuerdo con las alternativas de la disyunción incluyente, la anterior proposición equivaldría a las siguientes alternativas:

(1) 'Todos mis alumnos de lógica son inteligentes' y 'todos mis alumnos de lógica son simpáticos'.

(2) 'Todos mis alumnos de lógica son inteligentes' y 'algunos de mis alumnos de lógica son simpáticos'.

(3) 'Algunos de mis alumnos de lógica son inteligentes' y 'todos mis alumnos de lógica son simpáticos'.

(4) 'Algunos de mis alumnos de lógica son inteligentes' y 'algunos de mis alumnos de lógica son simpáticos'

(5) 'Todos mis alumnos de lógica son inteligentes' y 'ninguno de mis alumnos de lógica es simpático'.

(6) 'Ninguno de mis alumnos de lógica es inteligente' y 'todos mis alumnos de lógica son simpáticos'

(7) 'Algunos de mis alumnos de lógica son inteligentes' y 'algunos de mis alumnos de lógica son simpáticos' y 'algunos de mis alumnos de lógica son inteligentes y simpáticos'.

La simbolización de la proposición inicial quedaría:

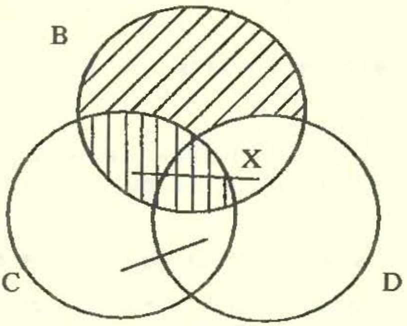
$$(B \rightarrow C \vee D)$$

Donde: B por 'mis alumnos de lógica'
C por 'alumnos inteligentes'
D por 'alumnos simpáticos'

La disyunción en los términos tiene dos leyes, la negación universal de uno de sus términos (DT):

$$(B \rightarrow C \vee D) \bullet (B \rightarrow \sim C) \supset (B \rightarrow D)$$

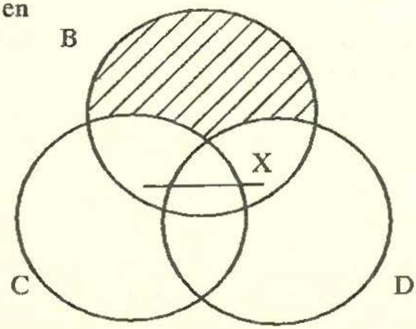
Su demostración en diagramas es:



La otra ley es la negación particular de uno de sus términos (DTx):

$$(B \rightarrow C \vee D) \bullet (Bx \rightarrow \sim C) \supset (Bx \rightarrow D) \bullet (Dx \rightarrow \sim C)$$

Su demostración en diagramas es:



Así, por ejemplo, puede demostrarse la corrección del siguiente argumento:

Todos mis alumnos de lógica son inteligentes o simpáticos,
algunos de mis alumnos no son inteligentes;
luego, algunos alumnos simpáticos no son inteligentes.

Su esquema formal es:

$$(B \rightarrow C \vee D) \bullet (Bx \rightarrow \sim C) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$$

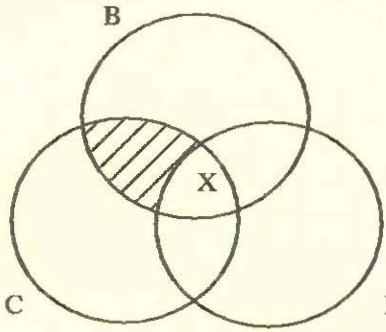
*(1) $(B \rightarrow C \vee D) \bullet (Bx \rightarrow \sim C)$	S
*(2) $(B \rightarrow C \vee D)$	(1) EC
*(3) $(Bx \rightarrow \sim C)$	(2) EC
*(4) $(Bx \rightarrow D) \bullet (Dx \rightarrow \sim C)$	(2)(3) DTx
*(5) $(Dx \rightarrow \sim C)$	(4) EC
(6) $(B \rightarrow C \vee D) \bullet (Bx \rightarrow \sim C) \supset (Dx \rightarrow \sim C)$	*(5) Cd

Q.E.D.

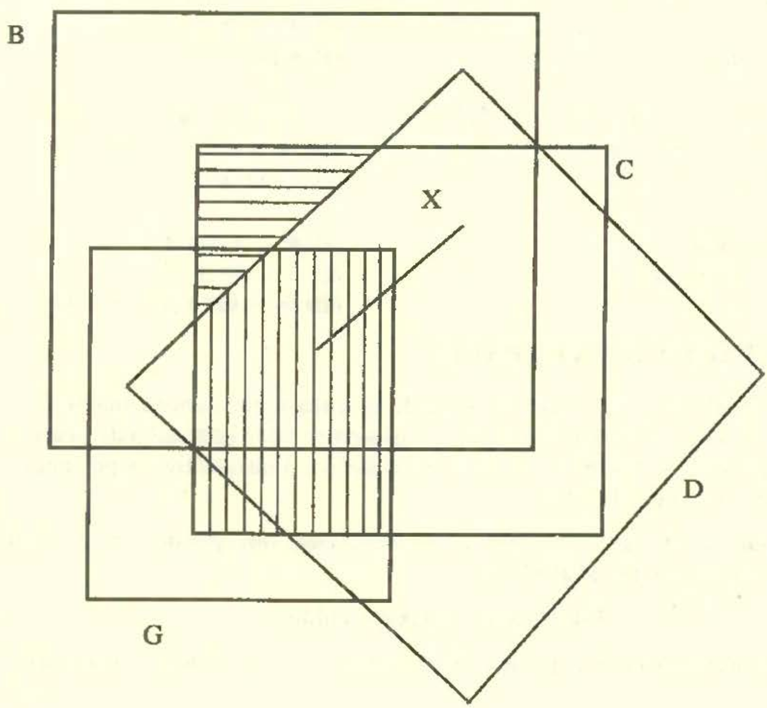
Además de la disyunción, las proposiciones también pueden ser compuestas por una conjunción, dando lugar a leyes como por ejemplo: Conjunción en los Términos (CT):

$$(B \bullet C \rightarrow D) \bullet (C \rightarrow \sim G) \supset (Bx \rightarrow \sim G) \bullet (Dx \rightarrow \sim G)$$

Cabe señalar que la expresión $(B \bullet C \rightarrow D)$ no significa que 'Todo B es D y todo C es D', sino que 'todos los miembros que tengan las propiedades B y C tienen la propiedad D', como lo muestra el siguiente diagrama:



El siguiente es un ejemplo de la anterior ley, con su correspondiente demostración por medio de un diagrama tetraformal.



Todos los presos de la celda general que son ladrones son reincidentes. Y ningún ladrón es preso político. Por lo tanto, algunos presos de la celda general no son presos políticos y algunos reincidentes no son presos políticos.

Donde:

B por 'presos de la celda general'
C por 'ladrones'
D por 'presos reincidentes'
G por 'presos políticos'

$$(B \bullet C \rightarrow D) \bullet (C \rightarrow \sim G) \supset (Bx \rightarrow \sim G) \bullet (Dx \rightarrow \sim G)$$

El siguiente cuadro recoge las principales leyes de los nexos en los términos:

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
Negación universal de uno de los términos de la disyunción	DT	$(B \rightarrow C \vee D) \bullet$ $(B \rightarrow \sim C) \supset$ $(B \rightarrow D)$
Negación particular de uno de los términos de la disyunción	DTx	$(B \rightarrow C \vee D) \bullet$ $(Bx \rightarrow \sim C) \supset$ $(Bx \rightarrow D) \bullet (Dx \rightarrow \sim C)$
Conjunción en los Términos	CT	$(B \bullet C \rightarrow D) \bullet$ $(C \rightarrow \sim G) \supset$ $(Bx \rightarrow \sim G) \bullet (Dx \rightarrow \sim G)$

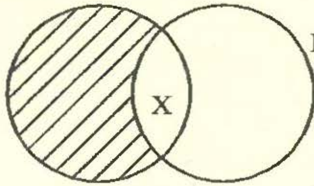
6. RELACIONES VERBALES

Gramaticalmente el verbo es la parte de la oración que denota una propiedad, una acción, una pasión o un estado; casi siempre con expresión de tiempo, número, persona, voz y modo. Puede ser transitivo o intransitivo; y pertenece ordinariamente al predicado.

En lógica no funge solamente como nexo sino que puede ser también propiedad. Por ejemplo al afirmar:

Los hombres **corren** erguidos.

Esta expresión significa que la clase de los hombres pertenece a la clase de los que **corren erguidos**, como lo muestra el siguiente diagrama:



Habitualmente el verbo no presenta dificultad para simbolizarse; sin embargo, algunos usos —como pueden ser los transitivos o los que suelen acompañar a las llamadas proposiciones poliádicas— requieren de una nueva estructuración, para afirmar lo mismo con estructura lógica. Por ejemplo, en la deducción:

Juan ama a María,
todo lo amado por Juan es americano;
luego, María es americana.

La primera premisa puede estructurarse lógicamente a través de la proposición:

María es amada por Juan.

Con esta última expresión puede simbolizarse para su demostración, donde:

B por 'María'
C por 'ser amado por Juan'
D por 'ser americano'

*(1) $(B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow D)$	S
*(2) $(B \rightarrow D)$	(1) SA
(3) $(B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow D) \supset (B \rightarrow D)$	*(2) Cd

Q.E.D.

7. PROPOSICIONES EXISTENCIALES

En el uso ordinario de nuestro lenguaje el sujeto de las proposiciones se supone ordinariamente con existencia; por ejemplo, al afirmar que 'todas las moléculas de agua tienen oxígeno' suponemos dos cosas: que existen moléculas de oxígeno y que todas las moléculas a las que nos referimos existen. Estas suposiciones hacen que no sea necesario construir expresiones como: 'existen moléculas de agua y todas las que existen tienen oxígeno'. Sin embargo, puede haber razonamientos que requieran este tipo de precisión.

Desde un punto de vista formal —teniendo en cuenta los distintos tipos de clases— la cantidad y la cualidad de las proposiciones no afirma ni niega la existencia de los individuos a los que refiere. Por esto, en un contexto determinado, unas proposiciones pueden suponer existencia, otras la no existencia, y otras suponer desconocimiento de la existencia; así, en las siguientes expresiones se usan estas distintas suposiciones:

(1) Si algunos canguros son mamíferos entonces algunos canguros son vertebrados.

(2) Si algunos marcianos son del sistema solar entonces algunos marcianos son de la Vía Láctea.

(3) Si algunos restos de la Atlántida están entre Marruecos y las Azores, entonces algunos restos de la Atlántida están en el Oceano Atlántico.

(4) Si todos los canguros son mamíferos entonces todos los canguros son vertebrados.

(5) Si todos los marcianos son del sistema solar entonces todos los marcianos son de la Vía Láctea.

(6) Si todos los restos de la Atlántida están entre Marruecos y las Azores, entonces todos los restos de la Atlántida están en el Oceano Atlántico.

Todas las expresiones anteriores son usadas con un sentido correcto.

En las expresiones (1) y (4) se supone la existencia de los canguros.
En las expresiones (2) y (5) se supone que no existen marcianos
En las expresiones (3) y (6) se desconoce si existió o no existió la Atlántida y, por ende, si existen o no restos de la Atlántida.

Consideremos con detenimiento los casos (2) y (5). Donde se entiende por 'marcianos' a la clase de los seres nacidos en Marte y por 'ser del sistema solar' a la clase de los seres pertenecientes al sistema solar. Efectivamente, al considerar a Marte como un planeta del sistema solar puede inferirse que lo que nazca ahí es del sistema solar, por lo que la clase de los nacidos en Marte —aunque esté vacía— está incluida en la clase de los individuos del sistema solar.

Si todas las proposiciones supusieran siempre existencia cualquier enunciado que tuviera como sujeto a los marcianos sería falso. Pero si no es necesario suponer la existencia para que una proposición sea verdadera, desde un punto de vista de las propiedades y no de la existencia las siguientes afirmaciones son verdaderas:

Todo marciano es del sistema solar.
Algunos marcianos son del sistema solar.

Podría pensarse que la proposición particular 'Algunos marcianos son del sistema solar' hace referencia a marcianos concretos, por lo que supondría existencia y por ende la afirmación sería falsa. Sin embargo, no es así. La consideración formal es: Si toda la clase de los marcianos pertenece al sistema solar, también la parte pertenece al sistema solar. Así, por ejemplo, en el siguiente silogismo DARAPTI la conclusión correcta es particular:

Todos los nacidos en marte son del sistema solar,
todos los nacidos en marte son marcianos,
luego, algunos marcianos son del sistema solar.

Las anteriores consideraciones también pueden aplicarse a la existencia real y a la existencia de razón; esto puede observarse cuando, al hacer la suposición de que dios –con minúscula– significa cualquier ser supremo y mitológico, pero no existente en la realidad, afirmo que:

Algunos dioses son del Monte Olimpo.
Algunos dioses son de los montes Himalaya.

Donde el valor veritativo de estas afirmaciones es la de ser verdaderas en un plano conceptual, del mismo modo como lo es la de que 'algunos marcianos son del sistema solar', y en las que el valor veritativo en el orden real existencial es igualmente falso para todas.

Este es el caso de las matemáticas en donde se hacen también proposiciones universales y particulares como:

Todos los múltiplos del 10 son múltiplos del 5.
Algunos múltiplos del 10 tienen 3 dígitos.

a) Simbolización existencial

Cuando sea conveniente explicitar el carácter existencial de una proposición utilizaremos los siguientes símbolos convencionales:

Cualquier letra que representa un término antecedida por el signo 'Σ' indica que **existen miembros reales** pertenecientes a esa clase. Por ejemplo:

(1) Existen algunos abogados que son pintores.

Donde: B por 'abogado'
C por 'pintor'

$$(\Sigma Bx \rightarrow C)$$

(2) Todos las moléculas de agua que existen contienen oxígeno.

Donde: B por 'moléculas de agua'
C por 'contener oxígeno'

$$(\Sigma B \rightarrow C)$$

Cualquier letra que representa un término antecedida por los signos '$\backslash\Sigma$' indica que no existen miembros reales pertenecientes a esa clase. Por ejemplo:

(3) Algunos dioses –inexistentes en la realidad– son del Monte Olimpo.

Donde: B por 'dios'
C por 'ser del Monte Olimpo'

$$(\backslash\Sigma Bx \rightarrow C)$$

(4) Todo marciano –inexistente en la realidad– es del sistema solar. Esta afirmación puede traducirse también como 'Toda la clase vacía de los marcianos pertenece al sistema solar'.

Donde: B por 'marciano'
C por 'ser del sistema solar'

$$(\backslash\Sigma B \rightarrow C)$$

Cualquier letra que represente un término que esté antecedida por el signo '$\exists$' indica que **existen, con existencia de razón**, miembros pertenecientes a esa clase. Por ejemplo:

(5) Algunos múltiplos del 5 son pares.

Donde: B por 'múltiplo de 5'

C por 'número par'

$$(\exists\, Bx \rightarrow C)$$

(6) Todos las premisas mayores de la primera figura son universales.

Donde: B por 'premisa mayor'
C por 'premisa universal'

$$(\exists\, B \rightarrow C)$$

Las letras que representan términos que no estén antecedidas por alguno de los signos existenciales –reales o de razón– no tienen definido su carácter existencial. Por ejemplo en la afirmación:

(7) Todos los presos que se encuentren en el pabellón tres están condenados.

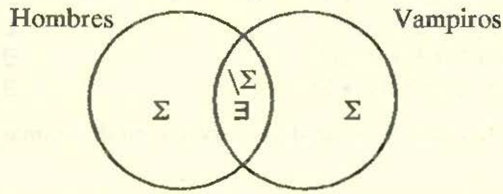
Donde: B por 'preso que está en el pabellón tres'
C por 'estar condenado'

$$(B \rightarrow C)$$

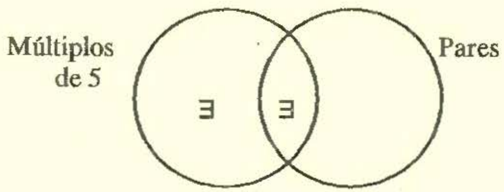
Esta afirmación no dice que existan o no existan presos en el pabellón tres.

La manera de representar la existencia en los diagramas es también con estos signos existenciales. Por ejemplo:

(8) Existen hombres reales y ficticios; ninguno de los reales es vampiro pero algunos de los ficticios sí lo son. También existen vampiros reales y ficticios; ningún vampiro real es hombre pero algunos de los ficticios sí lo son.



(9) Existen algunos múltiplos del 5 que son números pares y existen otros que no.



b) Leyes existenciales

1o. En una inferencia, siempre que la existencia –real o de razón– sea un elemento considerado en un término del antecedente, se podrá concluir existencialmente en dicho término, en el consecuente. Por ejemplo:

LEY	SIMBOLO
$(\Sigma B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow D) \supset (\Sigma B \rightarrow D)$	ΣSA
$(\Sigma B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow \sim D) \supset (\Sigma B \rightarrow \sim D)$	ΣSE
$(\Sigma Bx \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow D) \supset (\Sigma Bx \rightarrow D)$	ΣSI
$(\Sigma Bx \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow \sim D) \supset (\Sigma Bx \rightarrow \sim D)$	ΣSO

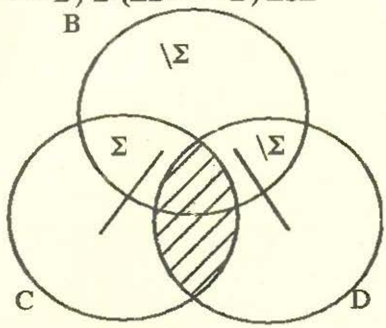
LEY	SIMBOLO
$(\exists B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow D) \supset (\exists B \rightarrow D)$	$\exists$ SA
$(\exists B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow \sim D) \supset (\exists B \rightarrow \sim D)$	$\exists$ SE
$(\exists Bx \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow D) \supset (\exists Bx \rightarrow D)$	$\exists$ SI
$(\exists Bx \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow \sim D) \supset (\exists Bx \rightarrow \sim D)$	$\exists$ SO

2o. En una proposición afirmativa, si el sujeto reviste carácter existencial se podrá inferir que el predicado también reviste existencia –recordando que el predicado se presupone particular–.

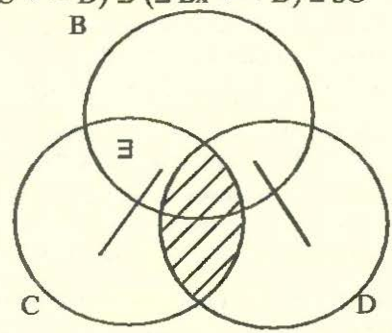
LEY	SIMBOLO
$(\Sigma B \rightarrow C) \supset (\Sigma B \rightarrow \Sigma C)$	$\Sigma 1$
$(\Sigma Bx \rightarrow C) \supset (\Sigma Bx \rightarrow \Sigma C)$	$\Sigma 2$
$(\exists B \rightarrow C) \supset (\exists B \rightarrow \Sigma C)$	$\exists 1$
$(\exists Bx \rightarrow C) \supset (\exists Bx \rightarrow \Sigma C)$	$\exists 2$

La correción de estas leyes puede observarse en diagramas; por ejemplo:

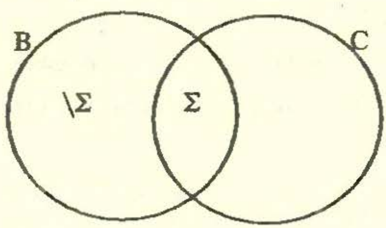
$(\Sigma B \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow \sim D) \supset (\Sigma B \rightarrow \sim D)\ \Sigma SE$



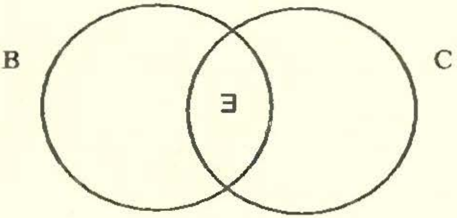
$(\exists\, Bx \rightarrow C) \bullet (C \rightarrow \sim D) \supset (\exists\, Bx \rightarrow \sim D)\ \exists\, SO$



$(\Sigma B \rightarrow C) \supset (\Sigma B \rightarrow \Sigma C)\ \Sigma 1$



$(\exists\ Bx \rightarrow C) \supset (\exists\ Bx \rightarrow \exists\ C) \exists\ 2$



No puede darse ninguna ley respecto de las proposiciones negativas con carácter existencial, solamente que si se afirma la existencia de la extensión de una clase la otra se desconoce formalmente.

8. LEYES DE ABSTRACCION

El elemento a introducir en la formalización lógica es el carácter concreto o abstracto de un término; estudiando la validez en el paso de un orden abstracto a uno concreto y viceversa. Analicemos los siguientes ejemplos:

(1) Si algunas coníferas son cipreses, entonces **algo** es ciprés.
(2) Si **todo** es bello, entonces las coníferas son bellas.
(3) Si **algo** es inerte, entonces el ciprés es inerte.
(4) Si los cipreses son coníferas, entonces **todo** es conífera.
(5) Si los cipreses no son dicotiledóneos, entonces **algo** no es dicotiledón.

Como podrá observarse por lógica natural los ejemplos (1), (2) y (5) son correctos; en cambio los ejemplos (3) y (4) son incorrectos.

Las leyes que pueden formularse son las siguientes:[3]

"En el caso de una proposición universal no es posible abstraer universalmente." Ya que podrían hacerse inferencias como:

(6) 'Todo arquitecto es hombre' por 'Todo es hombre'

(7) 'Ninguna hierba forma tronco' por 'Nada forma tronco'

3 Algunos lógicos basan toda la teoría de la cuantificación en este tipo de relaciones entre la predicación abstracta y la concreta, especialmente a través de dos leyes: Instanciación Universal (UI) y Generalización Existencial (EG). Sin embargo, requieren de otros dos procedimientos de orden inductivo que necesitan restricciones.

"En el caso de una proposición universal sí es posible abstraer particularmente." Por ejemplo:

(8) 'Todo arquitecto es hombre' por 'Algo es hombre'

(9) 'Ninguna hierba forma tronco' por 'Algo no forma tronco'

Inversamente, "cuando la proposición considerada inicialmente es universalmente abstracta, puede convertirse indistintamente a un término concreto con predicación universal o particular." Por ejemplo:

(10) 'Todo es bello' por 'Toda flor es bella'

(11) 'Nada es absurdo' por 'Este fenómeno no es absurdo'

Pero "no puede pasarse de una proposición particular abstracta a una concreta", ya que podrían hacerse inferencias como:

(12) Si algo es venenoso luego la rosa es venenosa.

(13) Si algo no es animal luego este elefante no es animal.

Para simbolizar este tipo de términos y las leyes de sus inferencias correctas utilizaremos el término 'Z' para referirnos a 'Todo' como término abstracto, con su correspondiente particular 'Zx'; por ejemplo:

(14) Todo es bueno; se simboliza:

$$(Z \rightarrow B)$$

Donde B por 'bueno'

(15) Algo no es material; se simboliza:

$$(Zx \rightarrow M)$$

Donde M por 'material'

El siguiente cuadro recoge las dos leyes analizadas.

NOMBRE	SIMBOLO	LEY
Concreción universal	CU	$(Z \rightarrow B) \supset (C \rightarrow B)$
Abstracción particular	AP	$(Cx \rightarrow B) \supset (Zx \rightarrow B)$

9. EJERCICIOS

Demostrar por el método de inferencia formal la corrección de los siguientes esquemas:

1. $(C \rightarrow D) \bullet (D \rightarrow H) \bullet (Kx \rightarrow C) \supset (Kx \rightarrow H)$
2. $(G \rightarrow B) \bullet (Dx \rightarrow \sim H) \bullet (D \rightarrow G) \supset (Bx \rightarrow \sim H)$
3. $(Kx \rightarrow D) \bullet (G \rightarrow \sim H) \bullet (B \rightarrow G) \bullet (D \rightarrow B) \supset (Kx \rightarrow \sim H)$
4. $(H \rightarrow B \vee D) \bullet (G \rightarrow \sim B) \bullet (H \rightarrow G) \supset (H \rightarrow D)$
5. $(D \rightarrow \sim G) \bullet (Hx \rightarrow D) \bullet [(C \rightarrow \sim K) \supset (H \rightarrow G)] \supset (Cx \rightarrow K)$
6. $[(Bx \rightarrow \sim G) \supset (Bx \rightarrow \sim D)] \bullet (B \rightarrow C) \bullet (Hx \rightarrow \sim G) \bullet (C \rightarrow D) \supset \sim (H \rightarrow B)$
7. $[(B \rightarrow \sim C) \supset (B \rightarrow D)] \bullet (G \rightarrow \sim C) \bullet (D \rightarrow H) \bullet (B \rightarrow G) \supset (B \rightarrow H)$
8. $[(Dx \rightarrow G) \supset (D \rightarrow H)] \bullet (Dx \rightarrow K) \bullet (K \rightarrow G) \supset (Dx \rightarrow H)$
9. $(D \rightarrow B) \bullet (K \rightarrow D) \bullet (Cx \rightarrow K) \bullet (B \rightarrow \sim L) \supset (Cx \rightarrow \sim L)$
10. $[(D \rightarrow G) \vee (L \rightarrow H) \supset (B \rightarrow D)] \bullet (N \rightarrow \sim D) \bullet (Bx \rightarrow N) \supset (Lx \rightarrow \sim H)$

BIBLIOGRAFIA

ABAELARDUS, Petrus. **Dialectica**. Koninklijke Van Gorcum & Comp. Assen, 1956.

AGAZZI, Evandro. **La lógica simbólica.** Herder. Barcelona, 1967.

ARISTOTELES. **Tratados de lógica. I y II.** Gredos. Madrid, 1982.

BEONIO-BROCCHIERI, M. T. **La lógica di Abelardo.** La Nuova Italia Editrice. Milano, 1964.

BOCHENSKI, I.M. **Historia de la lógica formal.** Gredos. Madrid, 1985.

BOOLE, George. **Investigación sobre las leyes del pensamiento.** Paraninfo. Madrid, 1982.

BUENO, M. **Principios de lógica.** Patria. México, 1960.

CARNAP, Rudolf. **Introduction to symbolic logic and its applications.** Dover. N.Y. 1958.

CARROLL, Lewis. **El juego de la lógica.** Alianza Editorial. Madrid. 1984.

COPI, Irving M. **Lógica Simbólica.** CECSA. México, 1981.

– **Introducción a la lógica.** EUDEBA. Buenos Aires, 1981.

DEAÑO, Alfredo. **Las concepciones de la lógica.** Taurus. Madrid, 1980.

DE MORGAN, A. **Formal logic.** Taylor & Walton. London, 1847.

FERRATER Mora, José y LEBLANC Hugues. **Lógica matemática.** FCE. México, 1983.

FREGE, Gottlob. **Die Grundlagen der Arithmetik.** Blackwell. Oxford, 1959.

GALENO. **Iniciación a la dialéctica.** UNAM. México, 1982.

GARCIA Bacca, J. D. **Introducción a lógica moderna.** Labor. Barcelona, 1936.

GARRIDO, Manuel. **Lógica simbólica.** Técnos. Madrid, 1989.

GUTIERREZ Saenz, Raúl. **Introducción a la lógica.** Esfinge. México, 1981.

HERNANDEZ Chávez, J. **Lógica.** Jus. México, 1966.

HISPANO, Pedro. **Tractatus.** UNAM. México, 1986.

INCIARTE Armiñan, F. **El reto del positivismo lógico.** Rialp. Madrid, 1974.

JEFFREY, Richard C. **Lógica formal.** EUNSA. Pamplona, 1986.

LORENZEN, Paul. **Formal logic.** De Gruyter. Berlín 1958.

LUKASIEWICZ, Jan. **La silogística de Aristóteles.** Técnos. Madrid, 1977.

MARITAIN, Jacques. **El orden de los conceptos.** Club de lectores. Buenos Aires, 1962.

MARQUEZ Muro, Daniel. **Lógica.** ECLALSA. México, 1971.

MATES, Benson. **Lógica de los estoicos.** Técnos. Madrid, 1985.

MOSTERIN, Jesús. **Lógica de primer orden.** Ariel. Barcelona, 1983.

OCKHAM, Guillermo de. **Summa logicae.** Universitatis S. Bonaventurae, N. Y. 1974.

– **Expositio in librum Peri Hermeneias Aristotelis.** Universitatis S. Bonaventurae, N. Y. 1974.

ORAYEN, Raúl. **Lógica, significado y ontología.** UNAM. México, 1989.

PEANO, Giuseppe. **Formulario mathematico.** Bocca & Clausen. Turín, 1903.

PURTILL, Richard L. **A logical introduction to philosophy.** Prentice Hall. New Jersey, 1989.

QUINE, Willard Van Orman. **Los métodos de la lógica.** Ariel. Barcelona, 1969.

– **Desde un punto de vista lógico.** Ariel. Barcelona, 1962.

– **Filosofía de la lógica.** Alianza Editorial. Madrid, 1981.

RUSSELL, Bertrand. **Los principios de la matemática.** Espasa- Calpe. Madrid, 1983.

RUSSELL, Bertrand y WHITEHEAD, A.N. **Principia mathematica.** Ed. Cambridge. Cambridge, 1962.

SAJONIA, Alberto de. **Perutilis logica**. UNAM. México, 1988.

SANGUINETI, Juan José. **Lógica**. EUNSA. Pamplona, 1985.

WITTGENSTEIN, Ludwig. **Tractatus Logico-Philosophicus**. Alianza Universidad. Madrid, 1984.

ZARAGÜETA, Juan. **Curso de filosofía. Lógica**. Gredos. Madrid, 1968.

INDICE DE VOCES Y NOMBRES PROPIOS

Abstracción 172.
Abelardo, Pedro 17.
Afirmación 25, 33.
Agrupación 77.
Aristóteles 23, 25, 31.

Bicondicional 58, 75, 90, 95, 102, 113.
Bivalencia veritativa 67.

Carroll, Lewis 11.
Categórico (proposición) 34; (silogismo) 43, 154ss.
Clases (representación gráfica) 131 ss; (noción) 129.
Comprensión (de los términos) 28ss.
Concepto 25.
Condicional 34, 73, 90, 95, 101, 110; (silogismo clásico) 57.
Conjunción 34, 70, 88, 93, 101, 115.
Consistencia 83.
Contradicción 37 ss; 151ss.
Contrarias (proposiciones) 39 ss, 145.
Conversión (de proposiciones) 40ss, 152ss; (de silogismos) 51; (de operaciones) 101ss.
Copi, I.M. 43.
Cópula 31, 165.
Corrección 19ss; (del silogismo) 48ss; (de una operación) 83.

Deducción 43.
Descartes, R. 31.
Dilema 59, 117ss.
Disyunción 34, 71, 89, 94, 101.

Entimema 54.
Epiquerema 54.
Espacio lógico 70.
Estrategias lógicas 110ss.

Exclusión 58, 71, 89, 94, 103, 116.
Existencia 165; (simbolización) 168.
Extensión (de los términos) 28 ss; (de las proposiciones) 32; (del predicado) 34ss.

Falsedad 17 ss; (proposición) 33, 67, 69ss.
Figuras del silogismo 45; (conversión) 51.
Forma (lógica) 27; (del silogismo) 47.
Frege, G. 31, 63.

Gentzen, G. 105.

Inclusión 72; (de conjuntos) 129.
Inducción 43.
Inferencia inmediata 38ss, 150ss.
Irregular (silogismo) 54.

Jaskowki 105.

Kant, I. 23.

Leibniz, G.W. 132.
Leyes (del silogismo) 48-49; (de las inferencias inmediatas) 39; (del análisis veritativo funcional) 92.
Lógica (definición, natural, sistemática) 12ss.
Lógico (resultado) 83.
Lulio, R. 16.

Matemáticas (lógica de las) 63.
Materia (del silogismo) 44.
Modos del silogismo 46; (válidos) 49; (especiales) 50.

Negación 31, 33, 68, 91, 94.
Nexos 34, 66, 68.

Oposición 35ss, 151.

Particular (proposición) 32, 34ss; (simbolización) 147.
Peano, G. 63.
Pedro Hispano 31.
Polisilogismo 54.
Positivismo 63.

Predicado (noción) 31; (extensión) 34ss.
Propiedad 25ss, 129ss.
Proposición 31ss, 65, 67; (categórica) 34; (opuestas) 35ss, 150ss; (y clases) 131ss; (diagramas) 135; (cuantificacional simple) 146ss; (cuantificacional compuesta) 159ss.

Raciocinio 43ss.
Reducción al absurdo 53ss, 120ss.
Russell, B. 31, 63.

Sentencia 63.
Significado 25ss, 129.
Singular 33.
Silogismo (categórico) 43ss, 155ss; (irregulares) 54ss; (reglas del) 48ss; (proposicional) 56ss; (y clases) 131; (diagramas) 135ss.
Simbolización 67, 68, 69; (de proposiciones) 65ss; (de términos) 146ss; (de existencia) 165.
Sófocles 63.
Sorites 55-56.
Subalternación 37ss, 151.
Subcontrarias (proposiciones) 37ss, 152.
Suposición (de existencia) 165; (formal) 107.

Términos 25ss; (sincategoremáticos) 32; (del silogismo) 44.
Tomás de Aquino 16-17.

Universalidad (en los términos) 27ss; (en las proposiciones) 32, 34ss.

Validez 19.
Valor veritativo 69.
Venn (diagramas) 134ss.
Verbo 31, 32, 146, 165.
Verdad 17ss; (proposición) 33, 67, 69ss; (tablas de) 79ss.

Wittgenstein, L. 71, 79.

INDICE DE ABREVIATURAS Y SIMBOLOS

A, proposición universal afirmativa, 35, 131, 135, 149.
AP, ley, 173.
A → ~ E, ley, 152.
A → I, ley, 151.
A ≡ ~ O, ley, 151.

BAMALIP, silogismo, 49.
BARBARA, silogismo, 49, 131, 138, 155.
BARBARI, silogismo, 49.
BAROCO, silogismo, 49, 140, 157.
BOCARDO, silogismo, 49, 157.

C, reducción al absurdo, 53.
CAA, ley, 153.
CAE, ley, 153.
CAMENTES, silogismo, 49.
CAMESTRES, silogismo, 49.
CAMESTROP, silogismo, 50.
Cd, condicionalización, 107.
CE, ley, 89.
CELARENT, silogismo, 49, 134, 155.
CELARON, silogismo, 49.
CESARE, silogismo, 49.
CESARON, silogismo, 50.
CICL, ley, 122.
CMB, ley, 87.
CMC, ley, 87.
CMD, ley, 87.
CME, ley, 87.
CPB, ley, 114.
CPCL, ley, 113
CSE, ley, 153
CSI, ley, 153.

CU, ley, 173.
CT, ley, 164.

DARAPTI, silogismo, 49.
DARII, silogismo, 49, 134, 139, 155.
DATISI, silogismo, 49.
DCD, ley, 125.

DD, ley, 117.
DE, ley 118.
DED, ley, 112, 117.
DEE, ley, 117.
DIMATIS, silogismo, 49.
DISAMIS, silogismo, 49.
DT, ley, 161.
DTx, ley, 161.

E, proposición universal negativa, 35, 132, 136, 149.
EC, ley, 88.
ED, ley, 89.
EE, ley, 89.
ENB, ley, 91.
ENC, ley, 91.
ENCL, ley, 91.
END, ley, 91.
ENE, ley, 91.
$E \rightarrow \sim A$, ley, 152.
$E \rightarrow \sim I$, ley, 151.
$E \rightarrow O$, ley, 151.

F, falso, 93
FELAPTON, silogismo, 49, 139.
FERIO, silogismo, 49, 134, 155.
FERISON, silogismo, 49.
FESAPO, silogismo, 49.
FESTINO, silogismo, 49.
FRESISO, silogismo, 49.

I, proposición particular afirmativa, 35, 132, 136, 149.

IC, ley, 87.
ID, ley, 87.
$\sim I \rightarrow \sim A$, ley, 151.
$I \equiv \sim E$, ley, 151.
$\sim I \rightarrow O$, ley, 152.

M, inversión de premisas, 53.
M, término medio, 44.
MIF, método de inferencia formal, 105.
MPB, ley del modus ponendo del bicondicional, 90.
MPP, ley, 57, 90.
MTB, ley, 91.
MTT, ley, 57, 90.

NED, ley, 121.

O, proposición particular negativa, 35, 132, 136, 149.
$O \equiv \sim A$, ley, 151.
$\sim O \rightarrow \sim E$, ley, 151.
$\sim O \rightarrow I$, ley, 152.

P, término mayor (lógica clásica), 44.
P, conversión accidental (lógica clásica), 52.
P, proposición (lógica moderna), 67.
PNC, ley, 85
PTE, ley, 86

Q.E.D., quod erat demonstrandum, 107.

RA, ley, 121.
RB, ley, 103.
RC. ley, 103.
RD, ley, 103.
RCL, ley, 103.
RE, ley, 103.

S, término menor (lógica clásica), 44.
S, conversión simple (lógica clásica), 52.
S, premisa (lógica moderna), 107
SA, ley, 155.
SE, ley, 155.

SI, ley, 155.
SO1, ley, 155.
SO2, ley, 157.
SO3, ley, 157.

T, verdad, 93.
TCL, ley, 111.

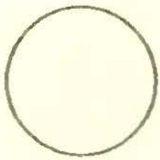
V, verdad, 69.

X, pertenencia, 135.
x, particular, 147.

Z, término abstracto, 173.

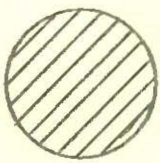
SIMBOLOS

' ', comillas simples para enmarcar lo simbolizado, 67.
~ , negación, 68.
• , conjunción, 70.
§ , exclusión, 71.
v , disyunción, 72.
≡ , bicondicional, 75.
⊃ , condicional, 73.
{ }, llaves (signo de agrupación), 78.
[ ], corchetes (signo de agrupación), 78.
( ), paréntesis (signo de agrupación), 78.
*, premisa sin necesidad en la implicación formal, 107.
→ , inclusión, 146.
∃ , existencia de razón, 168.
–, posible pertenencia, 136.
Σ , existencia real, 168
\Σ , negación de la existencia, 168.



Clase entera, 131.

Parte de una clase, 131



No pertenencia 135.

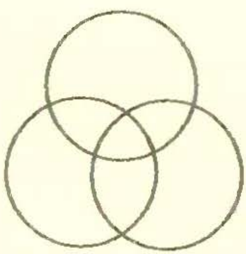


Diagrama de Venn, 134.

INDICE

PROLOGO 9
CUATRO CONSEJOS Y UN EJERCICIO 11
NOCIONES PRELIMINARES 15

PRIMERA PARTE: LOGICA CLASICA 23

I. EL SIGNIFICADO DE LOS TERMINOS
1. Origen natural de los términos 25
2. Extensión y comprensión de los términos 28
II. LA PROPOSICION
1. Definición y elementos 31
2. División de las proposiciones 32
3. Extensión del predicado 34
4. Proposiciones opuestas 35
5. Conversión de proposiciones 40
6. Ejercicios 41
III. EL RACIOCINIO
1. Silogismo categórico. 43
a) materia 44
b) figuras 45
c) modos 46
d) forma 47
e) reglas de los términos 48
f) reglas de las proposiciones 48
g) modos correctos para cada figura 49
h) modos correctos especiales 50
i) conversión de silogismos 51
2. Silogismos irregulares 54
3. Silogismos proposicionales 56
4. Ejercicios 59

SEGUNDA PARTE: LOGICA MODERNA 63

I. LOGICA PROPOSICIONAL 65

1. La proposición 67
2. Las operaciones conectivas 68
    a) negación 68
    b) conjunción 69
    c) disyunción 71
    d) condicional 73
    e) bicondicional 75
3. Cuadro de las operaciones principales y sus valores veritativos 76
4. Jerarquía de operaciones y signos de agrupación 77
5. Tablas de verdad 79
6. El resultado de una operación lógica 83
7. Ejercicios 84
8. Las leyes lógicas 84
9. Leyes fundamentales de los nexos 88
10. Análisis veritativo funcional 92
    a) las leyes 93
    b) explicación del método 96
11. Ejercicios 100
12. La conversión de las operaciones entre sí 100
13. Ejercicios 105
14. Método de inferencia formal 105
    a) bases del MIF 106
    b) reglas del MIF 107
15. Estrategias lógicas 110
    a) argumentación por la estrategia del condicional 110
    b) argumentación por la estrategia de los pasos regresivos 112
    c) argumentación por la estrategia del bicondicional 113
    d) argumentación por la estrategia de la conjunción 115
    e) argumentación por la estrategia de la exclusión 116
    f) argumentación por la estrategia del dilema 117
    g) argumentación por la estrategia del dilema y exclusión 119

h) argumentación por la estrategia de la reducción al absurdo 120
16. Ejercicios 127

II. LOGICA DE TERMINOS 129

A . LA FORMALIZACION GRAFICA 129
1. La representación gráfica de clases 129
a) análisis de la proposición 131
b) análisis del silogismo 132
2. Diagramas de Venn 134
a) análisis de la proposición 135
b) análisis del silogismo 138
3. Graficación tetraformal 141
4. Ejercicios 144
B. SIMBOLIZACION DE LA LOGICA DE TERMINOS 146
1. Las proposiciones simples 146
2. Inferencias inmediatas de las proposiciones opuestas 149
3. Conversión de proposiciones 152
4. Silogismos categóricos 154
5. Las proposiciones compuestas 159
6. Relaciones verbales 164
7. Proposiciones existenciales 165
8. Leyes de abstracción 172
9. Ejercicios 173
BIBLIOGRAFIA 175
INDICE DE VOCES Y NOMBRES PROPIOS 179
INDICE DE ABREVIATURAS Y SIMBOLOS 183
INDICE GENERAL 189

Impreso por Litográfica Solano
Luz Saviñón 702-B Col. del Valle 03100 México, D.F.
Tel./Fax 543 60 60

La edición consta de 3,000 ejemplares y se terminó de
imprimir en julio de 1993

LOGICA

El razonamiento deductivo formal

De las diversas disciplinas filosóficas, la lógica ha mantenido un desarrollo y actualidad que la hacen estar presente en los más variados ámbitos del saber humano: en los fundamentos de las matemáticas, en los programas de la cibernética, en los argumentos filosóficos, en las campañas publicitarias, en los discursos políticos, entre otros.

Este libro presenta los fundamentos racionales de la lógica deductiva clásica y de la simbólica moderna, de tal manera que esta presentación es un buen auxiliar para su mejor comprensión. Asimismo recoge de manera ordenada y esquemática las principales definiciones, clasificaciones, reglas, leyes, métodos y estrategias que facilitan la resolución de problemas lógicos.

El libro está redactado para que pueda ser estudiado sin conocimientos previos de lógica sistemática y al mismo tiempo, sin caer en polémicas para especialistas, desarrolla de manera novedosa algunas cuestiones discutidas por los lógicos.

El Dr. Luis Ignacio Guerrero es profesor de lógica y filosofía del lenguaje de la Facultad de Filosofía de la Universidad Panamericana, con una amplia experiencia en la docencia de esta área del saber.

Universidad Panamericana